“探究弹簧弹力与形变量的关系”实验中弹簧重力的影响分析

徐可刚

（甘肃省酒泉中学　甘肃 酒泉　735000）

（收稿日期：2019－08－25）

摘　要：在“探究弹簧弹力与形变量的关系”实验中，通常忽略弹簧重力的影响，将弹簧简化为“轻弹簧”模型，采用竖直悬挂的方式进行实验．但实际弹簧总会有一定的重力，将弹簧简化为“轻弹簧”会对实验数据的处理产生一定的影响．本文通过深入分析弹簧由于自身重力产生的形变量，以及这个形变量对实验数据处理的影响，阐明了在具体实验中我们该如何正确对待弹簧重力的问题．

关键词：弹簧　重力　实验　影响

1　“轻弹簧”模型下的数据处理

在“探究弹簧弹力与形变量的关系”的实验中，我们通常采用竖直悬挂的方式进行实验研究．具体的做法是：

（1）将弹簧放置在水平桌面上，测量弹簧静止时的自然长度 l_0．

（2）将弹簧与一刻度尺并排且竖直悬挂，并让刻度尺的零刻线与弹簧上端对齐，在弹簧下端悬挂不同数量的钩码，待弹簧稳定后，分别记录悬挂钩码的重力 $G_i(i=1,2,3,\cdots)$ 和对应弹簧的长度 $l_i(i=1,2,3,\cdots)$．

根据平衡条件可知，弹簧弹力等于钩码重力，有 $F_i=G_i$．“轻弹簧”自身重力不计，弹簧的形变量为 $x_i=l_i-l_0$．

（3）我们以弹簧弹力 F_i 为纵坐标，以弹簧的形变量 x_i 为横坐标，建立直角坐标系．将各组数据 (F_i,x_i) 的对应点描绘在坐标系中，并用平滑曲线连接，便得到了弹簧弹力 F_i 与形变量 x_i 的关系图象，即 $F-x$ 图像．

理想结果应如图 1 所示，图线是一条过原点的直线．

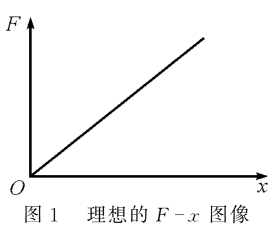

图 1　理想的 $F-x$ 图像

2　“实际弹簧”模型下的数据处理

实际弹簧受一定的重力，将弹簧竖直悬挂后，由于自身重力作用，弹簧会产生一定的形变量．

2.1　弹簧由于自身重力产生的形变量

将一个劲度系数为 κ，质量为 m 的均匀弹簧水平放置．以弹簧一端点为坐标原点 O，沿其长度方向建立一维坐标系如图 2 所示，则弹簧沿长度方向各部位均可用坐标 $x(0\leqslant x\leqslant L)$ 表示．

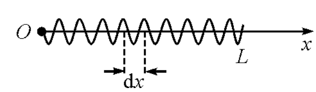

图 2　弹簧水平放置

取 x 到 $x+\mathrm{d}x$ 的一小段弹簧，该段弹簧的劲度系数为

$$\kappa_{\mathrm{d}x}=\frac{L}{\mathrm{d}x}\kappa \tag{1}$$

如图 3 所示，将弹簧竖直悬挂后（未悬挂钩码），该段弹簧上端的受力为

$$F_{上}=\frac{L-x}{L}mg$$

下端的受力为

$$F_{下}=\frac{L-(x+\mathrm{d}x)}{L}mg$$

由于 $\mathrm{d}x$ 为一无穷小量，可以近似认为弹簧上、下端受力相等，为 $F=\dfrac{L-x}{L}mg$．根据胡克定律可知，该小段弹簧的伸长量为

$$\Delta x = \frac{F}{\kappa_{dx}} = \frac{(L-x)mg}{L\kappa_{dx}} \tag{2}$$

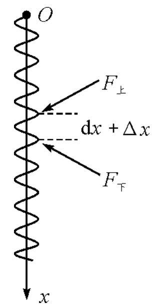

图 3　弹簧竖直放置

联立式(1)、(2) 可得

$$\Delta x = \frac{(L-x)mg}{\kappa L^2}dx \tag{3}$$

对式(3) 积分可得整根弹簧的伸长量为

$$x_0 = \int_0^L \frac{(L-x)mg}{\kappa L^2}dx = \frac{mg}{\kappa L^2}\int_0^L (L-x)\,dx = \frac{mg}{2\kappa} \tag{4}$$

由此可见，弹簧竖直悬挂时，由于自身重力的作用，会产生 $x_0 = \frac{mg}{2\kappa}$ 的形变量.

2.2　弹簧自身重力产生的形变量对实验数据处理的影响

实验中将弹簧竖直悬挂时，由于自身重力作用，弹簧已经产生了 x_0 的形变量，此时弹簧(未悬挂钩码) 的初始长度为

$$l_0' = l_0 + x_0$$

悬挂钩码后，弹簧的形变量进一步增大. 当弹簧长度为 l_i 时，弹簧由于悬挂钩码而增加的伸长量为

$$x_i = l_i - l_0' = l_i - (l_0 + x_0)$$

此时，对应弹簧弹力的增加量 F_i 等于悬挂钩码的重力 G_i. 根据胡克定律，有

$$F_i = \kappa x_i = \kappa[l_i - (l_0 + x_0)] = \kappa(l_i - l_0) - \kappa x_0 \tag{5}$$

联立式(4)、(5) 可知

$$F_i = \kappa(l_i - l_0) - \frac{mg}{2} \tag{6}$$

若我们仍然把弹簧当做“轻弹簧” 处理，则认为弹簧的形变量 x 等于弹簧悬挂钩码后的长度 l_i 与其自然长度 l_0 的差值，即 $x = l_i - l_0$，则有

$$F = \kappa x - \frac{mg}{2}$$

描点作图后 $F-x$ 图像将如图 4 所示，是一条不过原点的直线，与胡克定律不符.

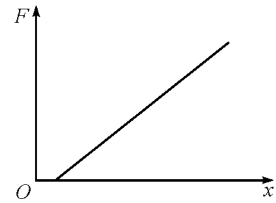

图 4　实际 $F-x$ 拟合图线

2.3　具体实验中该如何解决弹簧自身重力的影响

为了避免弹簧重力产生的影响，具体实验中，可以不直接探究弹簧弹力与其形变量的关系，而是探究弹簧弹力的变化量与形变量的变化量之间的关系. 这样，我们不需要测量弹簧的自然长度 l_0，而是要测量弹簧竖直悬挂后的初始长度 l_0'($l_0' = l_0 + x_0$). 悬挂钩码后，弹簧弹力的变化量等于钩码重力，有

$$F_i' = G_i$$

弹簧由于悬挂钩码增加的伸长量为

$$x_i' = l_i - l_0'$$

根据胡克定律有

$$F_i' = \kappa x_i' = \kappa(l_i - l_0') \tag{7}$$

以弹簧弹力的变化量 F' 为纵坐标，以弹簧形变量的变化量 x' 为横坐标，描点作图，图像是一条过原点的直线，说明弹簧弹力的变化量与其形变量的变化量成正比. 这也间接说明了弹簧弹力与形变量成正比.

3　结论

根据以上分析可知：“探究弹簧弹力与形变量的关系” 实验中，若忽略弹簧重力，将弹簧当做“轻弹簧”，认为弹簧悬挂钩码后产生的形变量 x_i 等于弹簧长度 l_i 与弹簧自然长度 l_0 的差值，则由式(6) 可知，$F-x$ 图像是一条不过原点的直线. 若考虑弹簧重力的影响，认为弹簧悬挂钩码后产生的形变量 x_i' 等于弹簧长度 l_i 与弹簧竖直悬挂后的初始长度 l_0' 的差值，则由式(7) 可知，$F-x$ 图像是一条过原点的直线.

在以后的实验教学中，我们应当充分考虑弹簧重力的影响，引导学生测量弹簧长度 l_i 与弹簧竖直悬挂后的初始长度 l_0' 的差值来计算形变量，而不是测量自然长度，以便得到准确的正比关系.