

一道经典高考试题的多解赏析及追问

王胜华 陈向正

(重庆市清华中学 重庆 400054)

(收稿日期:2020-08-06)

摘要:已知匀强电场中某些点的电势求解场强的大小和方向,是高中物理教学中广泛出现的一类匀强电场典型问题.文章从多解赏析的角度,做了分析和比较研究.

关键词:匀强电场 电场强度 空间向量法

高中物理教学中常见这样一类匀强电场的典型问题:假设匀强电场的电场线与某平面共面,已知该平面上3个点的电势数值,求解场强的大小和方向.近几年这种类型的问题在高考试题中多次出现.

1 试题

如图1所示,在平面直角坐标系中,有方向平行于坐标平面的匀强电场,其中坐标原点 O 处的电势为 0 V ,点 A 处的电势为 6 V ,点 B 处的电势为 3 V ,则电场强度的大小为多少?

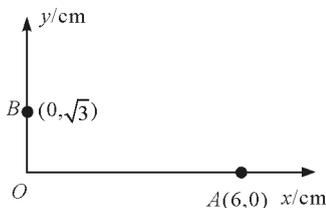


图1 试题题图

2 求解

2.1 平面几何法

平面几何法的一般步骤是先在两个已知电势点的连线上找到第三个点的等势点,作这个点与第三个点的连线即为等势线,再作等势线的垂线确定电场线,最后根据电场强度的大小与电势差的关系 $U = Ed$ 来求解电场强度的大小.这种方法最常见.

解析:如图2所示,取 O 和 A 的中点 C ,则 C 点的电势为 3 V ,则 C 和 B 两点电势相等,连接 CB ,根据匀强电场的等势线为直线的性质,则 CB 为等势线,

电场线和等势线垂直且指向电势降低的方向,过 O 点做 CB 的垂线交 CB 于 D 点,则 DO 为电场线,由几何知识可知 DO 的距离 $d = 0.015\text{ m}$,而 $\varphi_D = \varphi_C = \varphi_B = 3\text{ V}$, $\varphi_O = 0\text{ V}$,所以

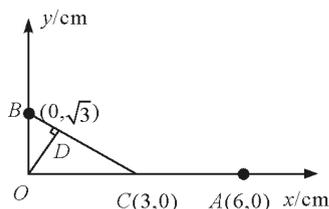


图2 平面几何法求电场强度

$$U_{DO} = \varphi_D - \varphi_O = 3\text{ V}$$

则电场强度

$$E = \frac{U_{DO}}{d} = 200\text{ V/m}$$

电场强度方向沿 DO 方向,与 x 轴负方向夹角正切

$$\tan \theta = \sqrt{3} \quad \theta = 60^\circ$$

2.2 正交分解法

因为电势 φ 的负梯度等于电场强度 E ,可以将电场强度 E 沿匀强电场所在平面的两个直角坐标轴正交分解,有 $E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$, $E_y = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta y}$.

故正交分解法的一般步骤是先分别算出电场强度在两垂直的坐标轴方向的 E_x , E_y ,然后再用合成法求出电场强度 E ,如图3所示.

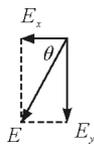


图3 正交分解法求电场强度

则有

$$E_x = -\frac{6-0}{0.06} \text{ V/m} = -100 \text{ V/m}$$

$$E_y = -\frac{3-0}{\sqrt{3} \times 10^{-2}} \text{ V/m} = -100\sqrt{3} \text{ V/m}$$

可得

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 200 \text{ V/m}$$

电场强度方向如图3, 电场强度方向与 x 轴负方向的夹角正切

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \sqrt{3} \quad \theta = 60^\circ$$

2.3 空间向量法

在高中数学中, 由空间向量基本定理可知, 对于空间任意一个向量 \boldsymbol{p} , 在直角坐标下, 可记作 $\boldsymbol{p} = (x, y, z)$, 即为“向量的坐标表示”, 对学生而言是非常熟悉的^[1]. 那么, 对于某平面内的电场强度矢量可以采用向量的坐标表示法, 将 \boldsymbol{E} 表示为 $\boldsymbol{E} = E_x \boldsymbol{i} + E_y \boldsymbol{j} = (E_x, E_y)$, 将 \boldsymbol{L} 表示为 $\boldsymbol{L} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = (x, y)$, 因电势差与电场强度的关系可以写成 $|\Delta\varphi| = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{L}$, 即

$$|\Delta\varphi| = (E_x, E_y) \cdot (x, y) = xE_x + yE_y$$

则有

$$\boldsymbol{AO} = (0.06, 0) \quad \boldsymbol{BO} = (0, \sqrt{3} \times 10^{-2})$$

有 $(E_x, E_y) \cdot (0.06, 0) = 6 \text{ V}$, $(E_x, E_y) \cdot (0, \sqrt{3} \times 10^{-2}) = 3 \text{ V}$, 可得

$$E_x = \frac{6-0}{0.06} \text{ V/m} = 100 \text{ V/m}$$

$$E_y = 100\sqrt{3} \text{ V/m}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 200 \text{ V/m}$$

电场强度方向与 x 轴负方向的夹角正切

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \sqrt{3} \quad \theta = 60^\circ$$

3 追问

从理论上讲, 平面几何法在任何情况下都可以求解这类问题, 但从求解过程可以看出, 所幸题给的数据特殊, 便于计算求解. 若把 A 点坐标改为 $(10, 0)$, 则求解的过程有很大的难度, 计算量大, 不具备可操作性.

对于正交分解法, 从求解过程可以看出, 正交分解法方法简洁, 思路简明, 但若把例题中 A 点坐标改为 $(10, 1)$, 由于 OA 与 OB 不再垂直, 利用正交分解法求解将有很大的难度. 用空间向量法可以解决.

空间向量法在求解电场强度时与在高中数学中利用空间向量法求解立体几何问题在原理和方法上是一致的. 因此, 学生很容易理解且能够快速熟练掌握. 此外, 空间向量法还适用于上面两种方法不方便求解的三维空间匀强电场中求电场强度的问题. 若把例题中 A 点坐标改为 $(10, 1)$, 只有空间向量法能够快速求解.

即有

$$\boldsymbol{AO} = (0.1, 0.01) \quad \boldsymbol{BO} = (0, \sqrt{3} \times 10^{-2})$$

则有

$$(E_x, E_y) \cdot (0.1, 0.01) = 6 \text{ V} \quad (1)$$

$$(E_x, E_y) \cdot (0, \sqrt{3} \times 10^{-2}) = 3 \text{ V} \quad (2)$$

为详细说明求解方法, 下面分步计算.

由式(1)得

$$(E_x, E_y) \cdot (0.1, 0.01) = 0.1E_x + 0.01E_y = 6 \text{ V}$$

$$E_x = \frac{6 - 0.01E_y}{0.1} \text{ V/m} \quad (3)$$

由式(2)得

$$(E_x, E_y) \cdot (0, \sqrt{3} \times 10^{-2}) = \sqrt{3} \times 10^{-2} E_y = 3 \text{ V}$$

$$E_y = \frac{3}{\sqrt{3} \times 10^{-2}} = 100\sqrt{3} \text{ V/m} \quad (4)$$

式(4)代入式(3)得

$$E_x = \frac{6 - 0.01 \times 100\sqrt{3}}{0.1} \text{ V/m} \approx 43 \text{ V/m}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \approx 178 \text{ V/m}$$

电场强度方向与 x 轴负方向的夹角正切

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} \approx 4.1 \quad \theta = 76.04^\circ$$

【例1】如图4所示, 边长为2 m的立方体空间存在匀强电场, 其中 a, b, c, d 点的电势分别为1 V, 11 V, 5 V, 8 V, 求电场强度的大小?

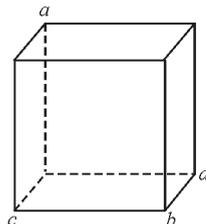


图4 例1题图

解析: 以 c 点为坐标原点, 建立三维直角坐标系, 如图5所示, 则有 a, b, c, d 4 点的坐标分别为 $(0, 2, 2)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 0, 0)$, $(2, 2, 0)$.

(下转第73页)

钟了解,激发学生对于中国古代礼仪文化的兴趣.

中国古代传统乐器文化博大精深,其中蕴含着丰富的物理声学和乐律学知识,在我国传统乐器文化中,还有很多极具我国文化特色的乐器,如二胡、古筝、笛子等.学生学习音调知识之后,还可以引导他们课下查阅资料,结合所学知识进一步了解这些古代乐器的发声原理.

3 结论

根据古代编钟的形制和发声原理,自制音调探究仪结构简单,易于操作.基于音调探究仪与DISlab相结合,开展科学探究教学,不仅能增强实验现象的直观性,也能开展定量研究教学活动,引导学生获取证据,收集和处理数据,总结结论,并作出合理解释,进而培养中学生在科学思维、科学探究能力等方面的物理学科核心素养.这种融入STEAM教育理念的教学活动设计,有助于学生从多学科视

角认识不同学科间的联系,提高自身综合运用知识解决现实问题的能力^[6],同时在物理教学中渗透我国优秀的传统声乐文化,也有利于陶冶学生的艺术情操,彰显中国古代的文化自信.

参考文献

- 1 中华人民共和国教育部.义务教育物理课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2011.8
- 2 林钦,陈峰,宋静.关于核心素养导向的中学物理教学的思考[J].课程·教材·教法,2015,35(12):90~95
- 3 马静,杨万琴,张轶炳.DIS实验系统在声现象教学中的应用[J].物理教师,2017,38(09):50~54
- 4 王子初.我们的编钟考古(下)[J].中国音乐学,2013(01):64~75
- 5 王子初.复原曾侯乙编钟及其设计理念[J].中国音乐,2012(04):42~49
- 6 赵慧臣,陆晓婷.开展STEAM教育,提高学生创新能力——访美国STEAM教育知名学者格雷特·亚克门教授[J].开放教育研究,2016,22(05):4~10

(上接第69页)

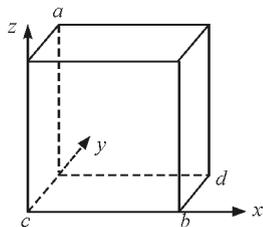


图5 以c为原点,建立三维直角坐标系

则有 $\mathbf{ca} = (0, 2, 2)$, $\mathbf{cb} = (2, 0, 0)$, $\mathbf{cd} = (2, 2, 0)$, 有

$$U_{ca} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{ca} = (E_x, E_y, E_z) \cdot (0, 2, 2) = 4 \text{ V}$$

即
$$2E_y + 2E_z = 4 \text{ V/m}$$

$$U_{cb} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{cb} = (E_x, E_y, E_z) \cdot (2, 0, 0) = -6 \text{ V}$$

即
$$2E_x = -6 \text{ V/m}$$

$$U_{cd} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{cd} = (E_x, E_y, E_z) \cdot (2, 2, 0) = -3 \text{ V}$$

即
$$2E_x + 2E_y = -3 \text{ V/m}$$

可得

$$E_x = -3 \text{ V/m} \quad E_y = \frac{3}{2} \text{ V/m} \quad E_z = \frac{1}{2} \text{ V/m}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \frac{\sqrt{46}}{2} \text{ V/m}$$

空间向量法是一种学生容易理解且在高中数学中常用的方法,可快捷求解匀强电场的电场强度.这种方法有利于增强学生学科融合意识,拓展学生视野,提升学生思维能力.教师们教学中不妨一试.

参考文献

- 1 王凯,苏有生.基于“两个过程”的课堂教学设计——以“空间向量的正交分解及其坐标表示”为例[J].中学数学教学参考,2018(16):38~40

Appreciating and Questioning of Multiple Solutions to a Classic College Entrance Examination Questions

Wang Shenghua Chen Xiangzheng

(Chongqing Tsinghua Hight School, Chongqing 400054)

Abstract: Given the potential of some points in the uniform electric field, solving the magnitude and direction of the field strength is a typical problem of uniform electric field widely appearing in senior high school physics teaching. This paper analyzes and compares it from the perspective of multisolution appreciation.

Key words: space vector method of electric field; intensity of uniform; intensity electric field