

井口究竟变大还是变小?

贾艳萍 江舟军 洪和森

(浙江省舟山中学 浙江 舟山 316021)

(收稿日期:2020-11-01)

摘要:由于光的折射,从水中往上看,会感觉到物体的位置比实际位置要高一些.以井底的青蛙从水中观察井口为例,利用物理规律结合数学方法定量分析了从不同位置观察时,井口位置上移和侧移的一般表达式,总结出水井中的青蛙看到的井口位置和实际井口位置的关系,并通过利用水下摄像机模拟青蛙看井口的实验,证明理论推导的正确性.

关键词:光的折射 折射定律 上移 侧移 模拟实验

1 问题的提出

在学习人教版选修3-4“光的反射和折射”时,学生做到这样一道题目:如图1所示,井口大小和深度相同的两口井,一口是枯井,一口是水井(水面在井口之下),两井底部各有一只青蛙,则()

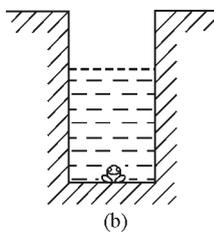
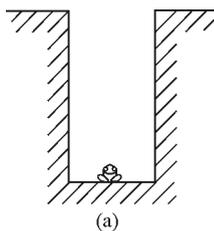


图1 题图

A. 水井中的青蛙觉得井口大些,晴天的夜晚,水井中的青蛙能看到更多的星星

B. 枯井中的青蛙觉得井口大些,晴天的夜晚,水井中的青蛙能看到更多的星星

C. 水井中的青蛙觉得井口小些,晴天的夜晚,枯井中的青蛙能看到更多的星星

D. 两只青蛙觉得井口一样大,晴天的夜晚,水井中的青蛙能看到更多的星星

此题正确答案为选项A,然近一半的学生选择了选项B.为了解学生错误的原因,笔者请几位选择选项B的学生说出自己的解题思路.其中一典型的解释是这样的:学生画了一光路图(图2),认为AB长度是枯井中的青蛙看到的井口真实的大小,折射光线反向延长线上A'B'的长度为水井中的青蛙看到的井口大小,因此枯井中的青蛙觉得井口大些.

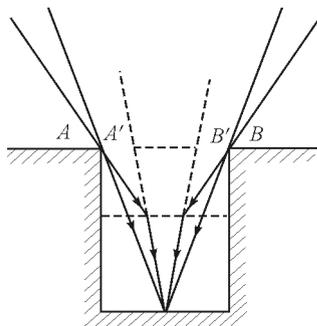


图2 学生作光路图

笔者发现一些权威性的资料中也是这样解释的.问题是这种作图法画出的A',B'是A,B的像吗?井口究竟是变大还是变小呢?下面笔者利用物

理规律结合数学方法推导水井中的青蛙看到的井口位置 and 实际井口位置的关系.

2 理论推导

2.1 构建模型

如图3所示,设A为井口左边缘一点,根据折射定律,两条折射光线反向延长线的交点A'即为A点的像.假设两条折射光线均能进入青蛙的眼睛,由于青蛙的瞳孔很小,因此,M,N两点的距离必须非常小,这样两入射角大小差别很小,我们记为 γ 和 $\gamma + d\gamma$.两折射角的差别也很小,我们记为 θ 和 $\theta + d\theta$ ^[1~4].为了讨论方便,取空气的折射率为1,水的折射率用 n 表示.光在水中的临界角用 C 表示,则

$$n = \frac{1}{\sin C}$$

A点距水面的高度为 h ,A'距水面的高度为 h' ,A和A'的水平距离用 d 表示(图3).

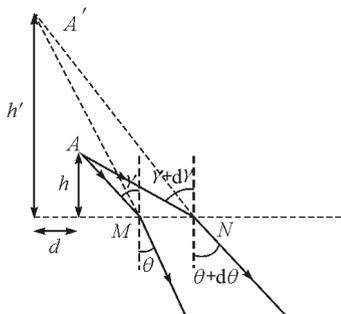


图3 构建模型

2.2 数学推导

由折射定律可知

$$n = \frac{\sin \gamma}{\sin \theta} \quad (1)$$

$$n \sin \theta = \sin \gamma$$

$$n \cos \theta d\theta = \cos \gamma d\gamma$$

得

$$\frac{d\gamma}{d\theta} = \frac{n \cos \theta}{\cos \gamma} \quad (2)$$

由几何关系知

$$MN = h [\tan(\gamma + d\gamma) - \tan \gamma] = h' [\tan(\theta + d\theta) - \tan \theta]$$

得

$$h' = h \frac{\tan(\gamma + d\gamma) - \tan \gamma}{\tan(\theta + d\theta) - \tan \theta}$$

$$h \frac{d(\tan \gamma)}{d(\tan \theta)} = h \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \gamma} \frac{d\gamma}{d\theta} \quad (3)$$

由式(1)、(2)、(3)得

$$h' = nh \left(\frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - n^2 \sin^2 \theta} \right)^{\frac{3}{2}}$$

讨论:由已知信息可知, $h' > 0$,说明A'在A的上方,如图3所示.当 $\theta = 0$ 时, $h' = nh$,即青蛙在A点正下方观察到A'在其正上方 $(n-1)h$ 位置.当 θ 增大且小于临界角C时, h' 也将增大,即当青蛙从A点正下方向右移动时,它看到的A'点将上移.

由几何关系知

$$d = h' \tan \theta - h \tan \gamma =$$

$$nh \frac{\cos^3 \theta}{\cos^3 \gamma} \tan \theta - h \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma}$$

化简得

$$d = \frac{nh(n^2 - 1)}{\left(\frac{1}{\sin^2 \theta} - n^2 \right)^{\frac{3}{2}}}$$

讨论:由已知信息可知, $d > 0$,说明A'在A点左侧,正如所作图像.当 $\theta = 0$ 时, $d = 0$,即A'和A点在同一竖直线上.当 θ 增大且小于临界角时, d 也将增大,即当青蛙从A点正下方向右移动时,它看到的A'点将向左侧移.

2.3 结论

从以上讨论可知,青蛙从水面下方看井口左边缘A点时,看到的A'点在A点上方且向左偏离观察者.同样道理,青蛙观察井口右边缘的B点,看到的像B'点在B点上方且向右偏离观察者.由此可知,水井中的青蛙看到的井口大小A'B'大于枯井中青蛙看到的井口大小AB.

2.4 释疑解惑

学生之所以像图2那样分析问题,实际上是犯了“想当然”的错误.知道利用折射定律分析问题,但是没有规范地根据成像原理画光路图.在关键时刻,凭自己的感觉找到了自认为正确的答案.从对物理问题的认识角度分析,学生混淆了青蛙眼中井口大小和天的大小的区别.青蛙眼中天的的大小取决于视角,枯井中青蛙的视角为 α ,水井中青蛙的视角为 β (图4).因为 $\alpha > \beta$,所以枯井中青蛙看到的天比较大.虽然枯井中的青蛙觉得天比较大,但是,在晴

朗的夜晚,它只能看到光线3到光线4范围内的星星,而水井中的青蛙看到光线1到光线2范围内的星星.因此,水井中的青蛙看到的星星更多.

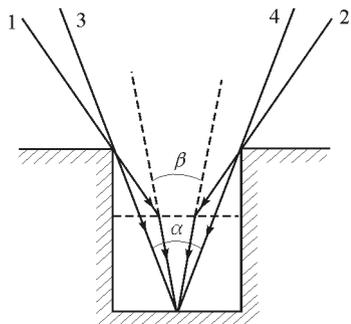


图4 青蛙的视角

3 实验验证

3.1 实验器材

水下摄像机,内径高8.70 cm的饭桶,手机,刻度尺,水等.

3.2 实验过程

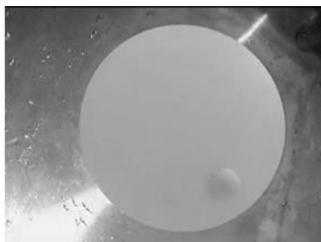
步骤一:打开摄像机自带的wifi,用手机连接其wifi.将水下摄像机放在饭桶中心,打开其拍照功能.打开手机中GoPlus Cam软件,调整摄像机的位置,确保看到的井口是圆形的,并在屏幕中心.最后打开手机的录屏功能.

步骤二:开始往饭桶中加水,感受到井口的大小有明显变化时,测量水的高度约为3.40 cm.继续往桶中加水,大约水的高度为8.00 cm时,停止加水.录屏结束.

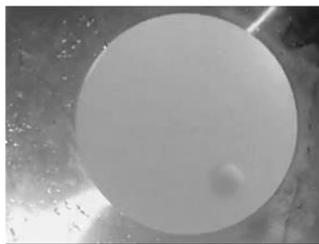
步骤三:借助暴风影音的截屏功能,截取未加水时,水高约3.40 cm时和水高约8.00 cm时的图片.

3.3 实验结果

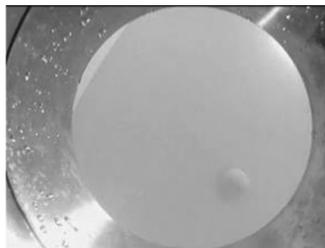
未加水、水高3.4 cm、水高8.00 cm时截取的图片如图5所示.



(a) 未加水时



(b) 水高约3.40 cm时



(c) 水高约8.00 cm时

图5 截取的图片

3.4 实验结论

图5为视频中截取的3幅图片,对比可以发现桶口的大小随着水位的升高,逐渐变大.参考天花板上灯的位置,可以看出桶外的视野也逐渐变大.因此选项A是正确的.

4 总结

要想解决因为“想当然”导致的错误,最有效的方法就是规范化做题.物理课堂上,不仅要熟练掌握每个知识点,对于教师强调的如何规范化答题也要作为重点内容.这样才能提高解题能力和应试能力,才能削弱所谓的“物理题一听就懂,一做就错”的魔咒.另一方面,物理有趣的原因之一就是实验,因此,对于一些易错题,如果可以做实验的话,教师应该通过实验突破学生的错误点.不仅效果好,而且还可以增强学生学习物理的兴趣.

参考文献

- 1 叶玉琴.“鱼”在哪里?[J].物理教学探讨,2011(9):62
- 2 夏清华,屈少华.水中物体的视深度[J].物理通报,1999(1):13~14
- 3 邵云,窦瑾.水中物点的虚像位置及其随视角的变化规律研究[J].大学物理,2018(8):29~30
- 4 汪海涛.水中观像位置的数学推导[J].物理通报,2004(4):6~7