

迈克尔孙干涉仪测量 He-Ne 激光波长的不确定度计算*

韩玉龙 吴佩 朱小宝 孙金芳

(安徽信息工程学院通识教育与外国语学院 安徽 芜湖 241003)

(收稿日期:2020-12-15)

摘要:迈克尔孙干涉仪测 He-Ne 激光波长是重要的物理实验,其不确定计算一直是实验教学中的难点.以此实验为例,对不确定度进行简化,计算了相互关联情况下的不确定度,有助于学生对不确定度计算的理解.

关键词:迈克尔孙干涉仪 He-Ne 激光 不确定度

迈克尔孙干涉仪是现代光学仪器的重要组成部分,可以用来精密测量光波长、折射率和微小长度等^[1,2],能够直观地反映光波的干涉现象,在当今的引力波探测中,其原理获得了相当广泛的应用.文献^[3,4]提出“误差概念的多义性容易在学生和初级技术人员中引起混淆”以及“不确定度的引入是想避免这种混淆,用不确定度来涵盖标准差(或其倍数)或置信区间的半宽度”.考虑到物理实验教学和理论教学有着不同的要求和规律,物理实验有关误差分析和数据处理的教学环节,很难实现所有的原理、方法、公式都如同理论具有的严密性、自洽性.因此在实验教学中,特别对于非物理专业的误差理论和数据处理,应根据基础课程的特点,可采用简化处理体系.迈克尔孙干涉仪测光波长属于间接测量的方法测量光源波长,需要计算间接测量的合成不确定度,如此来说,计算过程繁琐,针对初学者有一定的难度.

本文简化计算了数据关联情况下的不确定度,便于学生理解和掌握.

1 基本原理

光的干涉是重要的光学现象之一,是光的波动性的重要实验依据.两列频率相同、振动方向相同和位相差恒定的相干光在空间相交区域将会发生相互加强或减弱现象,即光的干涉现象.迈克尔孙干涉仪

的原理是用分振幅法获得两束相干光实现干涉. He-Ne 激光器可产生一个线度非常小、强度足够大的单色光,经过扩束镜可形成发散的激光束,光源经过分束板 G_1 后分成一束反射光和一束透射光.其中反射光被移动镜 M_2 反射,透射光经过补偿板 G_2 后被固定镜 M_1 反射,图 1 中 M_1' 为固定镜 M_1 的虚像,相当于是由两个虚光源 S_1 和 S_2 发出的相干光,虚光源 S_1 和 S_2 的间距为 M_1' 和移动镜 M_2 的间距 d 的 2 倍,即为 $2d$. 如图 1 所示,虚光源 S_1 和 S_2 发出的球面波在空间相遇的位置处处相干,所以在空间中,光场叠加的区域中放置观察屏均可以观察到干涉现象,这种现象即为非定域干涉.

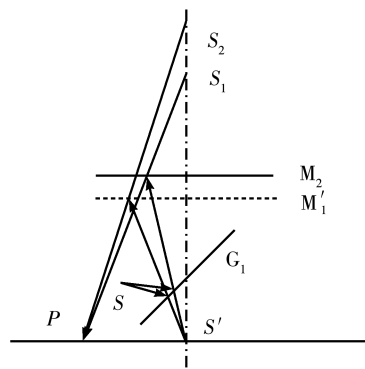


图 1 非定域干涉原理图

当固定镜 M_1' 与移动镜 M_2 两表面平行时,也就是固定镜 M_1 和移动镜 M_2 互相垂直时,可以在毛玻璃屏上观察到明暗相间的圆形条纹,即为等倾干涉现象,如图 2 所示.

* 2019 年度安徽高校自然科学研究项目, KJ2019A1298; 2019 年高等学校省级质量工程项目资助的课题, 项目编号: 2019xfxm87

作者简介: 韩玉龙(1986-), 男, 硕士, 讲师, 主要研究原子与分子碰撞动力学和大学物理实验教学.

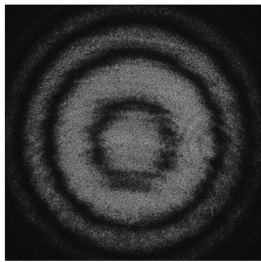


图2 He-Ne激光光源的等倾干涉条纹

移动镜 M_2 的移动会导致视场中心的干涉环纹出现吞/吐的变化,当涌出一个环纹或者吞进一个环纹的时候移动镜 M_2 的移动距离为光源波长的一半,移动镜 M_2 的移动距离为 Δd ,吞/吐环纹的次数为 N ,光源波长为 λ ,其满足的关系式为

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{N} \quad (1)$$

式中 $\Delta d = l_m - l_n$, l_m 和 l_n 分别为移动镜的始末位置. 实验中通过测量移动镜的始末位置和环纹吞/吐变化的次数 N 计算 He-Ne 激光波长,波长值为间接测量的物理量.

根据国家计量技术规范规定^[5],实验标准偏差可以表征一个多次测量物理量的结果分散性,譬如 n 次测量 x_k 的实验标准偏差可按贝塞尔公式计算

$$s(x_k) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (2)$$

式中 x_i 表示第 i 次的测量值,自由度 $\nu = n - 1$. 被测量估计值 \bar{x} 的 A 类标准不确定度可以按式(3)计算

$$u_A(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \frac{s(x_k)}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

实验标准偏差 $s(x_k)$ 的自由度等于 A 类标准不确定度 $u_A(\bar{x})$ 的自由度,即 $\nu = n - 1$. 实验标准偏差 $s(\bar{x})$ 表征被测量估计值 \bar{x} 的分散性.

B 类标准不确定度额评定是根据实验有关的信息或经验,判断被测量量的可能值区间 $[\bar{x} - a, \bar{x} + a]$,根据假定的测量值概率分布区间和要求的概率 p 确定 k ,B 类标准不确定度可按式(4)计算

$$u_B = \frac{a}{k} \quad (4)$$

式中 a 表示被测量可能值区间的半宽度, k 称为置信因子. 实验中,被测量 λ 是由移动镜始末位置 (l_m, l_n) 和环纹吞/吐变化的次数 N 通过函数式(1)确定,其估计值 λ 的合成标准不确定度的传播规律 $u_c(\lambda)$ 按

式(5)计算

$$u_c(\lambda) = \sqrt{\sum \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x_i} u(x_i) \right]^2} \quad (5)$$

波长 λ 的不确定度与移动镜始末位置 (l_m, l_n) 和吞/吐环纹的次数 N 有关. 为了便于学生理解,也为了简化计算,忽略 m, n 的不确定度,只考虑 l_m, l_n 和 N 的不确定度. 考虑各个变量之间的独立与否,以及移动镜始末位置 l_m 和 l_n 相互关联的情况下计算波长 λ 的合成标准不确定度,并进行分析.

2 测量数据相互关联的不确定度计算

移动镜的位置 l_m 和 l_n 相互关联,即认为 $\Delta d = l_m - l_n$ 为直接测量量,由式(1)和合成标准不确定度的传播规律可知

$$u_c(\lambda) = \sqrt{\left[\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta d} u(\Delta d) \right]^2 + \left[\frac{\partial \lambda}{\partial N} u(N) \right]^2} \quad (6)$$

根据波长计算公式,分别对 Δd 和 N 求偏导数,可得

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta d} = \frac{2}{N}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial N} = -\frac{2\Delta d}{N^2}$$

式(6)第一项为移动镜始末位置 l_m 和 l_n 的测量偏差引入的标准不确定度,其中 $u(\Delta d)$ 为间接测得量 Δd 的合成不确定度,取决于移动镜的始末位置 l_m 和 l_n ,可表示为式(7)

$$u(\Delta d) = \sqrt{u_A^2(\Delta d) + u_B^2(\Delta d)} = \sqrt{u_A^2(\Delta d) + u_B^2(l_m) + u_B^2(l_n)} \quad (7)$$

由 A 类标准不确定度的计算公式可知

$$u_A(\Delta d) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta d_i - \overline{\Delta d})^2}{n(n-1)}}$$

迈克尔孙干涉仪移动镜 M_2 的移动采用蜗轮蜗杆传动系统,转动粗动手轮可实现粗调,分度值为 0.01 mm;转动微动手轮可实现微调,分度值为 0.000 1 mm. 则评定仪器的不确定度时,可能值区间的半宽度 $a = \Delta_{\text{仪}} = 0.000 05$ mm. 假设满足均匀分布,置信因子 $k = \sqrt{3}$,故有

$$u_B(l_i) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.000 05}{\sqrt{3}} \text{ mm} \quad (8)$$

由于仪器测量过程中存在回程误差,所以移动

镜各个位置只测量1次,因此 $u_A(l_i) = 0$,故有

$$u(l_m) = u(l_n) = u(l_i) = \sqrt{u_A^2(l_i) + u_B^2(l_i)} = u_B(l_i)$$

其中 i 表示 m 或者 n ,代入式(7),整理后可得

$$u(\Delta d) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta d_i - \bar{\Delta d})^2}{n(n-1)} + 2 \times \left(\frac{0.00005}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (9)$$

式(6)第二项为干涉环纹吞/吐变化次数 N 的测量误差引入的标准不确定度,测量中选择相同的 N 值,所以 $u_A(N)$ 为零.实验中是以初末状态干涉环纹中心的大小为判断依据,实验过程中环纹变化的次数不能有误,所以 N 的最大允许误差可简化为 0.5,同样假设满足均匀分布,置信因子 $k = \sqrt{3}$,故有

$$u(N) = \sqrt{u_A^2(N) + u_B^2(N)} = \frac{0.5}{\sqrt{3}} \quad (10)$$

将式(9)和式(10)代入式(6)整理可得计算波长的合成标准不确定度,式中单位均为 mm.

$$u_c(\lambda) = \left\{ \left(\frac{2}{N}\right)^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta d_i - \bar{\Delta d})^2}{n(n-1)} + 2 \times \left(\frac{0.00005}{\sqrt{3}}\right)^2 \right] + \left[\left(-\frac{2\Delta d}{N^2}\right) \frac{0.5}{\sqrt{3}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

测量移动镜的始末位置,根据理论公式, N 的取值越大,相对误差应该越小,实际实验中读取环纹的变化次数全靠人的眼睛,次数越多会导致过大的疲劳误差,一旦数错条纹数据,反而会引起更大的误差.文献[6]研究了“吞”或“吐”条纹数量对测量结果准确度的影响,实验结果表明当 $N = 40$ 时,获得的结果较为准确.原始数据记录处理如表1所示.

表1 迈克尔孙干涉仪实验原始数据记录和处理

i	l_i/mm	$\Delta d_i/\text{mm}$	$(\Delta d - \bar{\Delta d})^2/\text{mm}^2$	λ_i/nm
0	52.571 06	/	/	/
1	52.583 80	0.012 74	0.000 000 001 7	637.0
2	52.596 34	0.012 54	0.000 000 025 3	627.0
3	52.608 95	0.012 61	0.000 000 008 0	630.5
4	52.621 59	0.012 64	0.000 000 003 5	632.0
5	52.634 22	0.012 63	0.000 000 004 8	631.5

续表 1

i	l_i/mm	$\Delta d_i/\text{mm}$	$(\Delta d - \bar{\Delta d})^2/\text{mm}^2$	λ_i/nm
6	52.646 70	0.012 48	0.000 000 048 0	624.0
7	52.659 35	0.012 65	0.000 000 002 4	632.5
8	52.672 26	0.012 91	0.000 000 044 5	645.5
9	52.684 58	0.012 32	0.000 000 143 8	616.0
10	52.698 00	0.013 42	0.000 000 519 6	671.0
11	52.710 66	0.012 66	0.000 000 001 5	633.0
12	52.723 45	0.012 79	0.000 000 008 3	639.5

根据表1的数据,其中 Δd 取最大值 0.013 42 mm,代入式(11)进行计算. He-Ne 激光波长的不确定度计算结果为 $u_c(\lambda) \approx 5.3 \text{ nm}$.根据计算结果可知式(11)中第二项的贡献要大于第一项的贡献,主要原因是学生根据视觉和记忆进行判断中心干涉环纹始末状态大小,因此实验中随机误差的影响要大于系统误差.

3 结论

选干涉条纹“吞”或“吐”数量为 40 次测得实验数据,实验中求得实验结果的平均值为 635.0 nm, He-Ne 激光波长公认值为 632.8 nm,其相对误差为 0.34%.考虑数据相互关联的情况下,给出了一种简化的不确定度计算方法,波长的计算结果可表示为 $(635.0 \pm 5.3) \text{ nm}$,便于学生理解和掌握.实际实验中产生误差的原因很多,譬如残留螺纹空程误差、光路调节误差等,可通过校准后沿原方向转微调手轮来消除空程误差,以及对条纹中心偏移产生的误差进行修正等,尽可能地将系统误差降低到相对于随机误差可忽略的程度.在实验教学中,可根据教学需要引入一些未被考虑的测量误差分量的分析,提倡多角度、多方法探索影响实验结果的因素,突出物理实验方法的学习.

参考文献

- 魏茂金,张朝清,黄思俞. 迈克尔孙干涉仪测量介质板折射率的问题研究[J]. 物理实验, 2010, 30(6): 28~31
- 刘建静. 迈克尔孙干涉仪的应用研究[J]. 物理通报, 2015, 34(9): 120~122
- 朱鹤年. 《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的问题简析[J]. 物理实验, 2001, 21(1): 18~22
- 朱鹤年. 《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的问题简

- 析(续)[J]. 物理实验, 2001, 21(2): 19~23
- 5 李慎安. 关注 JJF 1059.1-2012《测量不确定度评定与表示》新规范[J]. 工业计量, 2013, 23(3): 49~50
- 6 俞莹. “吞”或“吐”条纹数量对迈克耳孙干涉仪测量的 He-Ne 激光波长准确度的影响[J]. 物理通报, 2016, 35(3): 88~90

Computing the Uncertainty Degree of Measuring He-Ne Laser Wavelength Using Michelson Interferometer

Han Yulong Wu Pei Zhu Xiaobao Sun Jinfang

(General Education & Foreign Language College, Anhui Institute of Information Technology, Wuhu, Anhui 241003)

Abstract: The measurement of He-Ne laser wavelength with Michelson interferometer is an important physics experiment, meanwhile, it is difficult to calculate the uncertainty in teaching physics experiment. One simplified computing methods of uncertainty degree in this experiment is introduced with the data to be related. These may help students to understand how to calculate the uncertainty degree.

Key words: Michelson interferometer; He-Ne laser; uncertainty Degree

(上接第 95 页)

习兴趣,帮助他们更好地理解光电门测量平均速度、瞬时速度的原理,又能直观地分析光电门测速产生误差的原因,更好地理解使用双翼挡光片的原理.

参考文献

- 1 陈毓华. 自制光电门做物理实验[J]. 物理教师, 2008(7): 37~38
- 2 列晓东. 基于 STM32 的向心力探究演示仪的研制[J]. 物理实验, 2017(4): 59~62
- 3 盖双旗. 关于“气垫导轨实验中光电计时系统误差研究”实验的探索[J]. 大学物理, 2011, 11(6): 24~27
- 4 高立晟, 庄步科. 光电计时系统的误差研究[J]. 山东师范大学学报(自然科学版), 2000, 15(2): 201

Developed Demonstrator of Giant Photo-electric Digital Timing System Based on 51 Microcontroller

Zhu Xinpei Qiu Xinping

(Xingguo Pingchuan Middle School, Ganzhou, Jiangxi 342400)

Abstract: the demonstration instrument for giant photo-electric digital timing system based on single-chip micro-computer. The demonstrator takes STC89C52RC Microcontroller system as the core, uses E3F-20C1 laser beam photoelectric switch as trigger sensor, and uses ordinary crystal quartz clock and 3-inch 4-digit LED digital tube as display module circuit system.

Key words: 51 microcontroller; photo-electric gate; speed measurement; error analysis