菲涅尔公式讨论光波反射和折射时振幅的变化*

刘家兴　刘高福　陈德良

（贵州师范学院物理与电子科学学院　贵州 贵阳　550018）

（收稿日期：2020-12-23）

摘　要：光波在两种均匀各向同性媒质界面上发生反射和折射时，入射波、反射波、折射波的振幅、位相、能流密度等，均可以用电磁波理论中的菲涅尔公式给予分析. 利用菲涅尔公式，讨论了光波由光疏介质进入光密介质和由光密介质进入光疏介质两种情况下，反射光和折射光的振幅变化，发现当光从光密介质进入光疏介质时，振幅变大，即振幅不满足“能量守恒”的一种有趣现象，利用能流密度的概念对这种现象进行讨论和证明，让学生深入理解光能量与振幅平方成正比的适用范围，进一步对能量守恒定律的普适性有更深刻的认识.

关键词：菲涅尔公式　反射系数　透射系数　能流密度

光波是一种电磁波，当光进入两种介质分界面时，传播方向满足反射和折射定律，根据麦克斯韦方程组和电磁场的边值关系可以研究平面光波在两介质分界面上的反射和折射问题，并可用菲涅尔公式来描述其振幅间的关系，菲涅尔公式是大学物理中的一组重要公式，对其相关问题的讨论是大学物理教学研究中的热点[1,2]，对后续内容的学习具有重要的作用，但教材中未对反射和折射波的振幅变化作出详细说明，学生也不容易发现其变化关系. 笔者根据多年的教学经验，利用菲涅尔公式、电磁波的能量和能流密度等理论，讨论光在界面上的反射系数和透射系数、反射率和折射率等问题，帮助学生深入理解菲涅尔公式和光波振幅的概念.

1　菲涅尔公式

当光波射到两种不同介质的分界面上时，将分成两个波，一个反射波和一个折射波，根据麦克斯韦的电磁理论，以及光的反射定律、折射定律和边值关系，可以得到菲涅尔公式如下[3,4]

$$r_s=\frac{A'_{1s}}{A_{1s}}=-\frac{\sin(\theta_1-\theta_2)}{\sin(\theta_1+\theta_2)} \tag{1}$$

$$t_s=\frac{A_{2s}}{A_{1s}}=\frac{2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin(\theta_1+\theta_2)} \tag{2}$$

$$r_p=\frac{A'_{1p}}{A_{1p}}=\frac{\tan(\theta_1-\theta_2)}{\tan(\theta_1+\theta_2)} \tag{3}$$

$$t_p=\frac{A_{2p}}{A_{1p}}=\frac{2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_1-\theta_2)} \tag{4}$$

其中 A_{1s} 和 A_{1p} 表示入射波垂直分量和平行分量的振幅，A'_{1s} 和 A'_{1p} 表示反射波垂直分量和平行分量的振幅，A_{2s} 和 A_{2p} 表示折射波垂直分量和平行分量的振幅，r_s 和 t_s 表示 s 波（即垂直分量）的振幅反射系数和透射系数，r_p 和 t_p 表示 p 波（即平行分量）的振幅反射系数和透射系数.

2　反射系数和透射系数

2.1　光从光疏介质入射到光密介质

利用折射定律 $n_2\sin\theta_2=n_1\sin\theta_1$ 和三角函数公式，可将式（1）～（4）用折射率 n_1，n_2 和入射角 θ_1 表示，当光波由光疏介质进入光密介质，即 $n_1<n_2$ 时，随着入射角 θ_1 发生变化，其振幅反射系数 r_s，r_p 和透射系数 t_s，t_p 均会发生变化. 如图 1（$n_1=1$，$n_2=1.3$）和图 2（$n_1=1.3$，$n_2=1.5$）所示，从图中可以发现，不论 n_1 和 n_2 具体值是多少，只要 $n_1<n_2$，其振

* 贵州师范学院物理学一流学科建设项目，项目编号：2019YLXKC05

作者简介：刘家兴（1985－　），男，硕士，副教授，主要从事大学物理教学方面的研究工作.

幅反射系数和透射系数变化规律均是相似的，即随着入射角的增大，$|r_s|$一直在增大，$|r_p|$先减小后增大，t_s，t_p 一直在减小直到零，且 $|r_s|<1$，$|r_p|<1$，$t_s<1$，$t_p<1$，即反射波和折射波 s 分量和 p 分量振幅均小于入射波相应分量振幅. 在垂直和掠入射情况下还满足 $|r_s|+t_s=1$，$|r_p|+t_p=1$，即 s 分量和 p 分量的反射系数和透射系数之和分别为 1.

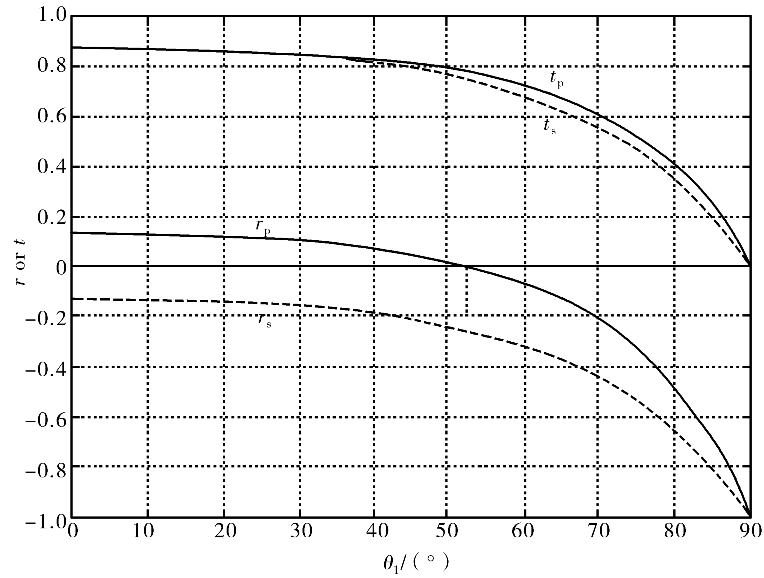

图 1 $n_1=1$，$n_2=1.3$，r_s，r_p，t_s，t_p 随入射角 θ_1 变化关系曲线

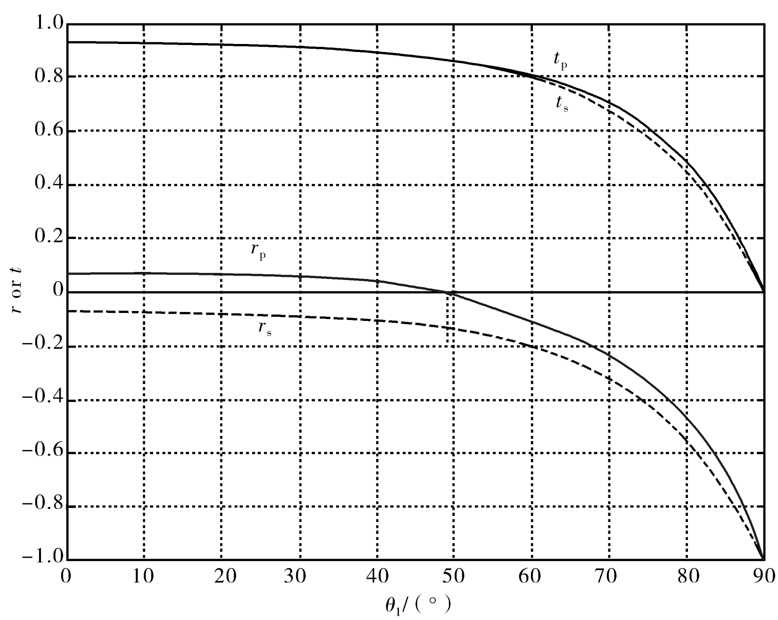

图 2 $n_1=1.3$，$n_2=1.5$，r_s，r_p，t_s，t_p 随入射角 θ_1 变化关系曲线

2.2 当光从光密介质入射到光疏介质

利用折射定律 $n_2\sin\theta_2=n_1\sin\theta_1$ 和三角函数公式，将式(1)～(4)用折射率 n_1，n_2 和入射角 θ_1 表示，在光波由光密介质进入光疏介质，即 $n_1>n_2$ 时，振幅反射系数 r_s，r_p 和透射系数 t_s，t_p 随着入射角 θ_1 变化而变化. 例如当 $n_1=1.3$，$n_2=1$，r_s，r_p，t_s，t_p，随入射角 θ_1 的变化关系如图 3 所示，当 $n_1=1.5$，$n_2=1.3$，r_s，r_p，t_s，t_p 随入射角 θ_1 的变化关系如图 4 所示. 从图可以看出，随着入射角的增大，r_s，t_s，t_p 一直在增大，$|r_p|$先减小后增大. 在入射角从 0～90°整个变化过程中，$|r_s|\leqslant 1$，$r_p\leqslant 1$，在 $0\leqslant\theta_1\leqslant\theta_C$ 的变化过程中，$t_s>1$，$t_p>1$，即折射光 s 分量和 p 分量的振幅大于入射光相应分量的振幅，从折射光是入射光的一部分的角度看，好像不满足“能量守恒”定律.

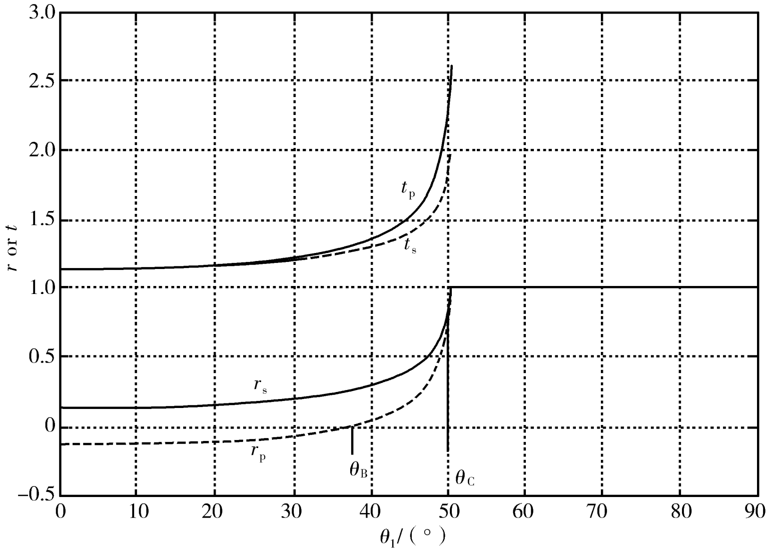

图 3　$n_1=1.3$，$n_2=1$，r_s，r_p，t_s，t_p 随入射角 θ_1 变化关系曲线

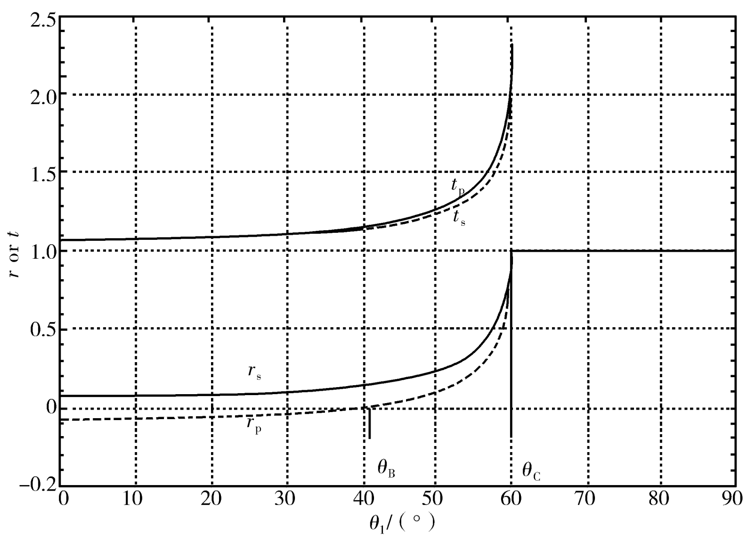

图 4　$n_1=1.5$，$n_2=1.3$，r_s，r_p，t_s，t_p 随入射角 θ_1 变化关系曲线

2.3　关于能量是否守恒的证明

光波是一种电磁波，要考察光波在界面上反射和折射时有没有违背“能量守恒”定律，必须考虑电磁波能量的表示量——坡印廷矢量，它表示单位时间内通过垂直于传播方向的单位面积的能量. 其表示为

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{\mu}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B} \tag{5}$$

因为电场和磁场相互垂直，且 $B=\sqrt{\varepsilon\mu}E$，所以坡印廷矢量大小为

$$S=\frac{1}{\mu}EB=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2=\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\mu_0\mu_r}}E^2 \tag{6}$$

又由于折射率

$$n=\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$$

对于大多数非磁性物质，有相对磁导率 $\mu_r\approx 1$，于是 $n=\sqrt{\varepsilon_r}$，所以式(6)变为

$$S=\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\mu_0\mu_r}}E^2=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}nE^2 \tag{7}$$

其中 ε_0 和 μ_0 为真空介电常数和真空磁导率常数，所以当光从光疏介质进入光密介质时，折射率 n 变大了，在能量相同的情况下，振幅会变小；当光从光密介质进入光疏介质时，折射率 n 变小了，较小的振动能量也有可能引起较大的振幅，这样就不难理解当光从光密介质进入光疏介质时振幅增大，即违背“能量守恒”定律这一现象.

下面以平面光波为例来证明光波在界面上反射和折射时满足能量守恒定律. 已知平面光波单位时间内通过垂直于传播方向单位面积的能量,即光强度为[4]

$$I=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}A^2 \tag{8}$$

记入射光波强度为 I_1,反射光波强度为 I'_1,折射光波强度为 I_2,则每秒入射到单位面积上的能量 W_1、反射波和折射波每秒从分界面出射的能量 W'_1 和 W_2 分别表示为

$$W_1=I_1\cos\theta_1=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}A_1^2\cos\theta_1 \tag{9}$$

$$W'_1=I'_1\cos\theta_1=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}A'^2_1\cos\theta_1 \tag{10}$$

$$W_2=I_2\cos\theta_2=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}A_2^2\cos\theta_2 \tag{11}$$

对大多数介质来说 $\mu_r\approx1$, $n=\sqrt{\varepsilon_r}$,所以对以上式(9)～(11)中,有

$$\mu_1=\mu_2=\mu_0$$

$$\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1}}=\frac{n_2}{n_1}$$

于是,在分界面上反射波、折射波单位面积上的能量流与入射波单位面积上的能量流之比为

$$R=\frac{W'_1}{W_1}=\frac{A'^2_1}{A_1^2} \tag{12}$$

$$T=\frac{W_2}{W_1}=\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\frac{A_2^2}{A_1^2} \tag{13}$$

式中,R 和 T 分别表示能量反射率和能量透射率.

将菲涅尔公式代入上式,可得 s 波和 p 波反射率和透射率分别为

$$R_s=\left(\frac{A'_{1s}}{A_{1s}}\right)^2=\frac{\sin^2(\theta_1-\theta_2)}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)} \tag{14}$$

$$T_s=\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\left(\frac{A_{2s}}{A_{1s}}\right)^2=\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\frac{4\sin^2\theta_2\cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)} \tag{15}$$

$$R_p=\left(\frac{A'_{1p}}{A_{1p}}\right)^2=\frac{\tan^2(\theta_1-\theta_2)}{\tan^2(\theta_1+\theta_2)} \tag{16}$$

$$T_p=\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\left(\frac{A_{2p}}{A_{1p}}\right)^2=$$

$$\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\frac{4\sin^2\theta_2\cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_1-\theta_2)} \tag{17}$$

所以,利用折射定律 $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{n_2}{n_1}$ 和三角函数公式,不难证明

$$R_s+T_s=$$

$$\frac{\sin^2(\theta_1-\theta_2)}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}+\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\frac{4\sin^2\theta_2\cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}=$$

$$\frac{\sin^2(\theta_1-\theta_2)}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}+\frac{\sin\theta_1\cos\theta_2}{\sin\theta_2\cos\theta_1}\frac{4\sin^2\theta_2\cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}=$$

$$\frac{\sin^2(\theta_1-\theta_2)+4\sin\theta_1\cos\theta_2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)}=1 \tag{18}$$

$$R_p+T_p=$$

$$\frac{\tan^2(\theta_1-\theta_2)}{\tan^2(\theta_1+\theta_2)}+\frac{n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1}\frac{4\sin^2\theta_2\cos^2\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_1-\theta_2)}=$$

$$\frac{\tan^2(\theta_1-\theta_2)}{\tan^2(\theta_1+\theta_2)}+\frac{4\sin\theta_1\cos\theta_2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_1-\theta_2)}=$$

$$\frac{\cos^2(\theta_1+\theta_2)\sin^2(\theta_1-\theta_2)+4\sin\theta_1\cos\theta_2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin^2(\theta_1+\theta_2)\cos^2(\theta_1-\theta_2)}=1 \tag{19}$$

即在不考虑界面的吸收和散射的情况下,s 波和 p 波的反射率加透射率分别等于 1,满足能量守恒定律.

3　结论

利用菲涅尔公式讨论光波在分界面上的反射和折射时振幅的变化关系,当光从光疏介质进入光密介质时,反射光和折射光的振幅均小于入射光振幅,当光从光密介质进入光疏介质时,反射光的振幅小于入射光的振幅,而折射光的振幅大于入射光的振幅,好像是不满足“能量守恒”定律的一种有趣现象,利用能流密度的概念对这一特殊现象作了讨论,并用平面光波证明了光波在界面反射和折射时,光能量满足能量守恒定律.

参考文献

1　吴咏桐,丁永文. 菲涅尔公式的实验研究[J]. 大学物理实验,2019,32(3):46～49

2　黄峰,黄萍. 关于光波的半波损失的教学讨论[J]. 广西物理,2017,38(4):48～51

3　梁铨廷. 物理光学[M]. 北京:电子工业出版社,2018. 3～47

4　姚启钧. 光学教程[M]. 北京:高等教育出版社,1988. 8～63

(下转第 30 页)

案例，精用案例；二要注重教学方法的多样性，活化案例式教学法，突出案例教学法的“医学物理”特色[8]. 实践证明，案例教学法不仅有助于学生感受、理解知识，培养学生的创新能力、实践能力和创业精神，同时也有助于提高教师的教学水平，做到“教”“学”相长，取得双赢效果.

4.2.4　与医学知识相结合

医学物理学与医学课程结合可以通过教学内容相融合、专题教学、医学案例讨论、拓展练习等形式具体实现. 教学内容既要反映物理学本身内在的逻辑性和系统性，又要反映物理学的理论及衍生出的技术在医学上的应用[3].

4.2.5　将物理学史引入教学

在教学过程中，课堂上的绝大部分时间都在对科学知识进行讲述，这使得学生只能被动地从逻辑上去接受所有的物理知识，对物理学的探索和发展过程一无所知，进而影响了科学精神的培养. 将物理学史作为核心内容的一部分加入到相关章节中，有助于学生培养科学精神，了解科学研究的过程和方法，获得正确评价科学事业的能力[9].

5　结束语

医学物理学涉及医学、物理、数学多门学科知识，综合性强，难度大. 对于大一新生，尤其独立学院医学专业学生来说，教学实施过程中要紧密结合其特点，多方面有机结合，循序渐进，多培养出对国家有用的人才.

参考文献

1　赵江南. “3+1+2”高考综合改革方案评析[J]. 教育与考试，2020(1)：22～26

2　锦州医科大学医疗学院招生就业处，https：//zsjy. jymu. edu. cn/

3　颜红金. 医学物理学与医学课程相结合的研究[J]. 中国医学物理学杂志，2014(1)：4 718～4 722

4　王小力. 大学物理课程思政研究与实践[J]. 中国大学教学，2020(10)：54～57

5　高敏. 大学物理与中学物理教学的衔接研究与实践[J]. 物理通报，2018(5)：9～13

6　邓文武. 大学物理学与高等数学的衔接研究[J]. 教育现代化，2019，6(48)：157～158

7　王亚平. 医学物理学(案例版)(第 2 版)[M]. 北京：科学出版社，2012. 8

8　王亚平. 医学物理学教学中的案例教学法探析[J]. 中国医学物理学杂志，2010(1)：1 696～1 698

9　汪洋，秦刚，耿平. 将物理学史引入大学物理教学的途径和意义[J]. 物理与工程，2018(S1)：66～69

(上接第 26 页)

Discussion on the Change of Amplitude of Light Wave in Reflection and Refraction Using Fresnel′s Formula

Liu Jiaxing　Liu Gaofu　Chen Deliang

(School of Physics and Electronic Sciences, Guizhou Education University, Guiyang, Guizhou　550018)

Abstract: When light waves are reflected and refracted at the interface of two uniform and isotropic media, the amplitude, phase, and energy density flow of incident waves, reflected waves, and refracted waves can all be analyzed by the Fresnel's formulae in electromagnetic wave theory. Fresnel's formulae to discuss the amplitude changes of reflected light and refracted light when the light wave enters the optically dense medium from the optically thin medium and the optically dense medium enters the optically dense medium. When the medium enters the optically thin medium, the amplitude becomes larger, that is, an interesting phenomenon in which the amplitude does not meet the “energy conservation” law. This phenomenon is discussed and proved by using the concept of energy density flow, so that students can deeply understand the application range of light energy proportional to the square of the amplitude, and have a deeper understanding of the universality of the law of conservation of energy.

Key words: Fresnel's formulae; reflection coefficient; transmission coefficient; energy density flow