Mathematica 在分离变量法中的应用及极限情况下的讨论*

汪梦雅　曹　蓉　夏杰桢　吴　琪
（西藏大学理学院　西藏 拉萨　850000）

（收稿日期：2021－03－08）

摘　要：静电场问题是电动力学课程的主要问题之一，有较高的抽象性，要求学生有较好的数学基础. 将 Mathematica 软件引入静电场的学习能够简化复杂的高数计算，方便物理图像显示，从而可以通过生动的教学过程获得良好的教学效果. 以使用分离变量法求解介电球附近电场的典型问题为例，介绍了 Mathematica 的数值符号计算、图形在静电场中的应用，最后说明了 Mathematica 如何帮助静电场教学.

关键词：Mathematica　分离变量法　静电场

静电场问题是电磁学理论之后又一个重要的理论知识，是电动力学里的一个核心问题[1,2]. 其基本问题就是求解关于静电势的泊松方程的边值问题，解法主要有分离变量法、格林函数法、镜像法和电多极矩法等，其中最常用的两种解法是分离变量法和镜像法[3].

由于电动力学的数学要求远比普通理工科专业高，所以为了能将学生从复杂的微分方程、偏微分方程的求解过程中解放出来，引入了 Mathematica[4]. Mathematica 是美国 Wolfram Research 公司开发的数学软件，是现在使用最广的软件之一. 该软件除了很好地结合了数值和符号计算之外，还具有强大的绘图功能，操作简单，界面友好，代码形式接近于自然语言，广泛用于数学、物理、生物等领域[5~7].

本文利用 Mathematica 求解静电场中分离变量法的问题出发，并讨论在这种问题下的一些极限情况来探讨 Mathematica 在静电场中的应用. 通过 Mathematica 的使用消除学生对复杂公式的畏惧，使学生可以摆脱繁琐的数学计算，并且通过 Mathematica 的绘图使学生对物理图像有个较为直观准确的认识，激发学生的兴趣，促进课程的学习.

1　静电场的标势及其微分方程

1.1　静电场的标势

众所周知，相距为 $\mathrm{d}l$ 的两点的电势差为[8]

$$\mathrm{d}\varphi = -\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1}$$

然后由于

$$\mathrm{d}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathrm{d}z = \nabla\varphi\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{2}$$

因此，电场强度 $\boldsymbol{E}$ 等于电势 φ 的负梯度

$$\boldsymbol{E}_0 = -\nabla\varphi \tag{3}$$

1.2　静电场的微分方程和边值关系

研究一个电荷对与它邻近的电场是怎样作用的，一点上的电场和它邻近的电场又是怎么联系的，即要找出电荷和电场相互作用规律的微分形式，而在导体表面或其他边界上场和电荷的相互关系则由边界条件反映出来. 这种问题称为边值问题，即求微分方程满足边界条件的解.

在均匀同向的介质中，$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$，再把式(3) 代入 $\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$，可以得到

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{4}$$

其中 ρ 是自由电荷密度. 式(4) 是静电势满足的基本

* 西藏大学 2020 校级教改项目“基于云计算平台与 Python 语言相结合的计算物理课程教学改革研究”资助，项目编号：XZDXJXJJ202024；西藏大学 2020 年度校级一流本科建设课程项目的资助，项目编号：XZDXYLKC－202009

通讯作者：吴琪（1988－　），女，博士，西藏大学特聘研究员，主要从事材料物理方面的研究.

微分方程,也就是泊松方程,给出边界条件就可以确定电势 φ 的解.

在两介质界面上,静电势所满足的边值关系分别为

$$\varphi_1=\varphi_2 \tag{5}$$

$$\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_2}{\partial n}-\varepsilon_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}=-\sigma \tag{6}$$

以上是边值关系的一般形式,但是在静电问题中,常常有一些导体存在,由于导体的特殊性质,在导体表面上的边值关系有它的特点. 设导体表面所带自由电荷面密度为 σ,它外面的介质电容率为 ε,则由式(5)、(6) 和导体静电条件得到导体表面的边界条件

$$\varphi=\text{常量} \tag{7}$$

$$\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial n}=-\sigma \tag{8}$$

静电学的基本问题就是求出在每个均匀区域内满足泊松方程,在所有分界面上满足边值关系和在所研究的整个区域边界上满足边界条件的电势的解.

2　分离变量法求解的方程和通解

在许多实际问题中,静电场是由带电导体决定的[9]. 比如,电容器内部的电场是由作为电极的两个导体板上所带电荷决定的,电子光学系统的静电透镜内部,电场是由分布于电极上的自由电荷决定的. 这些问题都有一个共同的特点,就是自由电荷只出现在一些导体的表面上,而在空间中没有其他自由电荷分布. 这时,当选择这些导体表面作为区域 V 的边界,则在 V 内部自由电荷密度 $\rho=0$. 此时泊松方程可以化为较为简单的拉普拉斯方程(拉式方程),即

$$\nabla^2\varphi=0 \tag{9}$$

因此,这一类问题的解法就是求满足边界条件的拉普拉斯方程的解. 此拉普拉斯方程的通解可以用分离变量法求出,在求解前我们要先选择合适的坐标系,常用的坐标系有球坐标系和柱坐标系,在这里我们写出用球坐标系得出的通解形式,球坐标用 (r,θ,ϕ) 表示,其中 r 为点到原点的距离,θ 为极角,ϕ 为方位角,拉式方程在球坐标中的通解为

$$\varphi(r,\theta,\phi)=\sum_{n,m}\left(a_{nm}r^n+\frac{b_{nm}}{r^{n+1}}\right)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\cos m\phi+$$

$$\sum_{n,m}\left(c_{n,m}r^n+\frac{d_{nm}}{r^{n+1}}\right)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\sin m\phi \tag{10}$$

其中 $a_{nm},b_{nm},c_{n,m},d_{nm}$ 为任意常数,在具体问题中由边界条件定出,$\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)$ 是缔合勒让德函数,若该问题中具有对称轴,取此轴为极轴,则电势 φ 不依赖于方位角 ϕ,这种情形下其通解为

$$\varphi=\sum_n\left(a_nr^n+\frac{b_n}{r^{n+1}}\right)\mathrm{P}_n(\cos\theta) \tag{11}$$

其中 $\mathrm{P}_n(\cos\theta)$ 为勒让德函数,a_n 和 b_n 是任意常数,由边界条件或者说由边值关系确定.

在每一个没有电荷分布的区域内,φ 满足拉普拉斯方程,其通解已由式(10) 和式(11) 给出,剩下的问题就是由边界条件确定这些通解中所含的任意常数,得到满足边界条件的特解.

3　分离变量法的实际应用

【例题】一半径为 a,介电常数为 ε 的介质球放置在均匀电场 $\boldsymbol{E}_0$ 中,如图 1 所示,求介质球内、外的电位及电场.

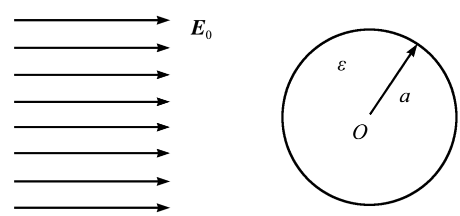


图 1　题图

分析:介质球在外电场中极化,在它表面上产生束缚电荷. 这些束缚电荷激发的电场叠加在原外电场 $\boldsymbol{E}_0$ 上,得总电场 $\boldsymbol{E}$. 束缚电荷分布和总电场 $\boldsymbol{E}$ 互相制约,边界条件正确的反映这种制约关系.

球的半径为 a,球外为真空,这问题具有轴对称性,对称轴为通过球心沿外电场 $\boldsymbol{E}_0$ 方向的轴线,取此轴为极轴. 介质球的存在使空间分为两均匀区域,球外区域和球内区域,两区域内部没有自由电荷,因此电势 φ 都满足拉普拉斯方程,以 φ_1 代表球外区域的电势,φ_2 代表球内的电势,由式(11) 得出的两区域的通解为

$$\varphi_1=\sum_n\left(a_nr^n+\frac{b_n}{r^{n+1}}\right)\mathrm{P}_n(\cos\theta) \tag{12}$$

$$\varphi_2=\sum_n\left(c_nr^n+\frac{d_n}{r^{n+1}}\right)\mathrm{P}_n(\cos\theta) \tag{13}$$

式中 a_n,b_n,c_n,d_n 是待定常数.

边界条件有:

(1) 无穷远处，$\boldsymbol{E}\to\boldsymbol{E}_0$，均匀电场中空间任一点 P 的电势 $\varphi(P)=\varphi_0-\boldsymbol{E}_0\cdot\boldsymbol{x}$，由于均匀电场可以看作由无穷大平行板电容器产生，其电荷分布不在有限区域内，因此不能选 $\varphi(\infty)=0$. 若选 $\varphi_0=0$，则有 $\varphi(P)=-\boldsymbol{E}_0\cdot\boldsymbol{x}$，可得

$$\varphi_1\to -E_0 r\cos\theta=-E_0 r\mathrm{P}_1(\cos\theta) \tag{14}$$

所以有

$$a_1=-E_0\qquad a_n=0(n\neq 1) \tag{15}$$

(2) $r=0$ 处，φ_2 应为有限值，因此

$$d_n=0 \tag{16}$$

(3) 在介质球面上 $(r=a)$

$$\varphi_1=\varphi_2\qquad \varepsilon_0\frac{\partial\varphi_1}{\partial r}=\varepsilon\frac{\partial\varphi_2}{\partial r} \tag{17}$$

把式(12) 和(13) 代入得

$$-E_0 a\mathrm{P}_1(\cos\theta)+\sum_n\frac{b_n}{a^{n+1}}\mathrm{P}_n(\cos\theta)=\sum_n c_n a^n\mathrm{P}_n(\cos\theta)$$

$$-E_0\mathrm{P}_1(\cos\theta)-\sum_n\frac{(n+1)b_n}{a^{n+2}}\mathrm{P}_n(\cos\theta)=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\sum_n nc_n a^{n-1}\mathrm{P}_n(\cos\theta) \tag{18}$$

比较 P_1 的系数得

$$-E_0 a+\frac{b_1}{a^2}=c_1 a$$

$$-E_0-\frac{2b_1}{a^3}=\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}c_1 \tag{19}$$

由式(19) 解出

$$b_1=\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}E_0 a^3$$

$$c_1=-\frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}E_0 \tag{20}$$

比较式(18) 其他 P_n 项的系数可解出

$$b_n=c_n=0\qquad n\neq 1 \tag{21}$$

所有常数已经定出，因此本问题的解为

$$\varphi_1=-E_0 r\cos\theta+\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\frac{E_0 a^3\cos\theta}{r^2} \tag{22}$$

$$\varphi_2=-\frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}E_0 r\cos\theta \tag{23}$$

然后利用 $\boldsymbol{E}_0=-\nabla\varphi$ 即可求出不同空间区域中的静电场.

为了简化运算，用 Mathematica 来求解本题，并画出介质球附近的电场线和等位面图. 所需代码如下所示：

```
Clear["Global'*"]
v1=Sum[(A_n*R^n+B_n/R^(n+1))*P_n,{n,0,m}]
v2=Sum[(C_n*R^n+D_n/R^(n+1))*P_n,{n,0,m}]
v1=Sum[(A_n*R^n+B_n/R^(n+1))*P_n,{n,0,1}]/.{P_0→1,P_1→Cos[θ]}
v2=Sum[(C_n*R^n+D_n/R^(n+1))*P_n,{n,0,1}]/.{P_0→1,P_1→Cos[θ]}
(v1/.{B_0→0,B_0→0})==-E0*R*Cos[θ]
A_0=0;A_1=-E0;
D_0=0;D_1=0;
(v1/.R→a)==(v_2/.R→a)
eq1 = Coefficient[B_0/a Cos[θ](-aE_0 + B_1/a^2),Cos[θ]]=Coefficient[C_0+aCos[θ]C_1,Cos[θ]]
eq2=B_0/a==C_0
(ε_0D[v1,R]/.R→a)==(εD[v2,R]/.R→a)
eq3=(-E_0-2B_1/a^3)ε_0==εC_1;
B_0=0;
C_0=0;
sol=Solve[{eq1,eq3},{B_1,C_1}]
v11=v1/.sol//First
v22=v2/.sol//First
E1=Grad[-v11,{R,θ,ϕ},"Spherical"]//Simplify
E2=Grad[-v22,{R,θ,ϕ},"Spherical"]//Simplify
v22=-(3E_0*z*ε_0)/(ε+2ε_0);
E2=Grad[-v22,{x,y,z},"Cartesian"]
v12[z_,x_]==-(r-(k-1)/((2+k)r^2))cos[θ]//.{r→√(x^2+y^2+z^2),θ→ArcTan[z,√(x^2+y^2)]}/.{y→0,k→10}
v11[z_,x]= -3rcos[θ]/(2+k)//.{r→√(x^2+y^2+z^2),θ->ArcTan[z,√(x^2+y^2)]}/.{y→0,k→10}
v3=If[0≤√(x^2+z^2)<1,-z/4,
```

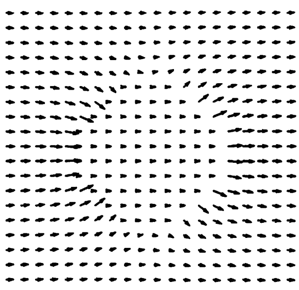
$z\left(\frac{3}{4(x^2+z^2)}-\sqrt{x^2+z^2}\right)$
$\overline{\quad\sqrt{x^2+z^2}\quad}$]

≪ VectorFieldPlots′;

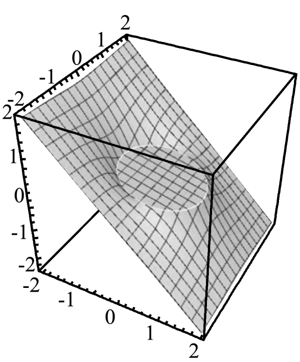
GradientFieldPlot[－v3,{z,－2,2},{x,－2,2},PlotPoints→20]

Plot3D[v3,{z,－2,2},{x,－2,2},PlotPoints→30,LabelStyle→(FontSize→20),BoxRatios→{1,1,1}]

Mathematica 绘制出的电场线图和等电位图如图 2 所示.



(a) 电场线图



(b) 等位面图

图 2　介质球附近的电场线图和等位面图

结合图 2(a) 和式(22) 可以看出,在离介质球较远的时候,$\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\ \frac{E_0 a^3\cos\theta}{r^2}$ 不起作用,只有 $-E_0 r\cdot\cos\theta$ 起作用,所以此时电场线和均匀外场没有区别,但在比较近的时候,电场线开始发生弯曲,因为此时 $\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\ \frac{E_0 a^3\cos\theta}{r^2}$ 开始起作用,且介质球表面的电场方向垂直于介质球面. 而在球内,$\varphi_2=-\frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\cdot E_0 r\cos\theta$,电场也为均匀场,正如图中所示. 再看图 2(b),从图中看出有一圆形区域内的电位是相同的,这反映了介质球内的电场是匀强电场.

接下来对这题做一些极限情况下的讨论:

(1) 第一种极限情况:当 $\varepsilon=\varepsilon_0$ 时,介质球与环境的介电常数一样,其对外场的响应消失,把其代入式(22)、(23),此时 $\varphi_1=\varphi_2=-E_0 r\cos\theta$ 空间的电场就是均匀电场. 用 Mathematica 来分析此时的电场,绘制电场线图的主要代码如下所示,绘制的电场线图如图 3 所示.

Clear["Global′ * "]

v11 =－E0RCos[θ]

v22 =－E0RCos[θ]

Grad[－v11,{R,θ,ϕ},"Spherical"]//Simplify

E2 =Grad[－v22,{R,θ,ϕ},"Spherical"]//Simplify

v22 =－E0x;

E2 =Grad[－v22,{x,y,z},"Cartesian"]

v12[z_,x_]:==－rCos[θ]/.{r→$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
θ－> ArcTan[z,$\sqrt{x^2+y\hat{}^2}$]}

V21[z_,x_]:==－rCos[θ]/.{r→$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
θ－> ArcTan[z,$\sqrt{x^2+y\hat{}^2}$]}

v3 =If[0 ⩽ $\sqrt{x^2+z^2}$ < 1,－z,－z]

≪ VectorFieldPlots′;

GradientFieldPlot[－v3,{z,－2,2},{x,－2,2},PlotPoints→20]

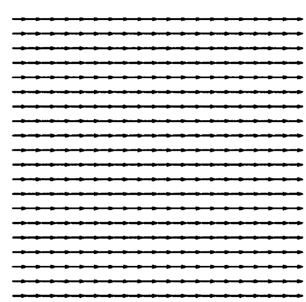


图 3　极限情况 1 下介质球附近的电场线图

结合 $\varphi_1=\varphi_2=-E_0 r\cos\theta$ 和图 3 进一步验证了此种情况下的电场为匀强电场.

(2) 第二种极限情况:球面上的束缚电荷就是球对外场的响应来源. 其对球外区域的贡献为 $\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}r^3 E_0\ \frac{1}{r^2}\cos\theta$. 回想起一个偶极子(偶极矩为 $\boldsymbol{p}$)的电势 $\varphi_p=\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$,对比发现这些束缚电荷对外场的贡献相当于一个放在原点的偶极子,由式(23),球内电场为 $\frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}E_0$,由于 $\frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}$ 总小于 1,所以

球内电场比原外电场 E_0 弱,这是由于介质球极化后在右半球面上产生正束缚电荷,在左半球面上产生负束缚电荷,因而在球内束缚电荷激发的场与原外场反应,使总电场减弱.在球内总电场作用下,介质的极化强度为

$$\boldsymbol{P}=\chi_e\varepsilon_0\boldsymbol{E}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\boldsymbol{E}=\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}3\varepsilon_0\boldsymbol{E}_0 \quad (24)$$

介质球的总电偶极矩为

$$\boldsymbol{p}=\frac{4\pi}{3}a^3\boldsymbol{P}=\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}4\pi\varepsilon_0 a^3\boldsymbol{E}_0 \quad (25)$$

式(22)φ_1 中的第二项正是这个电偶极矩所产生的电势

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{r^3}=\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\frac{E_0a^3}{r^2}\cos\theta \quad (26)$$

由于此时的外电场相当于偶极子产生的电场,所以用 Mathematica 来绘制偶极子的电场来近似这种情况下的电场,Mathematica 的代码如下所示:

```
Clear["Global′*"];
V= q/(4*Pi*Subscript[ε,0])*(1/r1-1/r2)
cond= {r1→R-l/2*Cos[θ],r2→R+l/2*Cos[θ]}
V=V/.cond//SimplifySeries[V,{l,0,6}]//Normal
```

$V1=\frac{lqCos[\theta]}{4\pi R^2\varepsilon_0}$/. q→ $\frac{p}{l}$

```
Solve[V1==c,R]
Ee=Grad[-V1,{R,θ,ω},"Spherical"]
D[R[θ],θ]/R[θ]==Ee[[1]]/Ee[[2]]
DSolve[%,R[θ],θ]
```

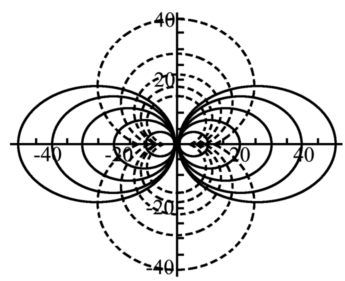
g1 = PolarPlot[Evaluate[Table[k*sin[$\frac{Pi}{2}$-t]^2, {k,10,50,10}]], {t,0,2Pi},DisplayFunction→Identity];

g2=PolarPlot[Evaluate[Table[$\frac{Abs[\sqrt{cos[Pi/2-t]}]}{(0.025+k*0.01)}$, {k,0,4,1}]], {t,0,2Pi}, PlotStyle→Dashing[{.02}],DisplayFunction→Identity];

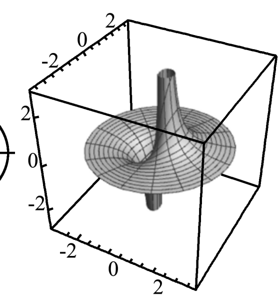
```
Show[{g1,g2},DisplayFunction→$DisplayFunction,Epilog→{PointSize[0.03],Hue[2],Point[{0,-2.5}],PointSize[0.03],Hue[.3],Point[{0,2.5}]}]
V1[θ_,R_]:=cos[θ]/R^2
RevolutionPlot3D[V1[θ,R],{R,0.01,3},{θ,0,2π},PlotRange→{-3,3},PlotPlints→30,BoxRatios→{1,1,1}]
```

Mathematica 绘制出的第二种极限情况下也就是电偶极子的电场线图和等位面图如图 4 所示.

从图 4(a) 中可以看出电偶极子的整个电场和电势是一个数值分布对称的区域,整个图形是以电偶极子的轴线对称的.再看图 4(b),发现在正电荷附近电偶极子的电势比较高;而在负电荷附近,电偶极子的电势比较低,且在电偶极子的中垂线上电势为零.



(a) 电场线图



(b) 等位面图

图 4 电偶极子的电场线图和等位面图

(3) 当 $\varepsilon\to-\infty$ 时,介质球内的场为 $\boldsymbol{E}_{内}\to 0$,其效果相当于一个导体球.而此时,$\boldsymbol{p}=4\pi\varepsilon_0a^3\boldsymbol{E}_0$,问题就变成了求解导体球附近的电场,所以,我们可以用导体球的情况来近似这种情况下的电场分布,求导体球附近的电场的 Mathematica 代码如下所示:

Clear["Global′*"]

v=Sum[(A_n*R^n+B_n/R^(n+1))*P_n,{n,0,∞}]

v=Sum[(A_n*R^n+B_n/R^(n+1))*P_n,{n,0,1}]/.{P_0→1,P_1→Cos[θ]}

(v/.{B_0→0,B_1→0})==-E0*R*Cos[θ]

cond1={A_1→-E0,A_0→0};

(v/.cond1/.R→a)==0

cond2={B_1→a^3E0,B_0→0};

v=v/.cond1/.cond2

v1[z_,x_]=(-RE0+$\frac{a^3E0}{R^2}$)Cos[θ]//.{R→$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$},

θ-> ArcTan[z,$\sqrt{x^2+y\hat{}2}$]}/.{y→0,E0→1,a→1}≪VectorFieldPlots′;

GradientFieldPlot[— v1[z,x],{z,— 2.,2.},{x,—2.2.},PlotPoints → 20,Epilog → {Hue.[.6],Disk[{0,0},1]}]

Mathematica 绘制出的第三种极限情况下也就是导体球附近的电场线如图 5 所示.

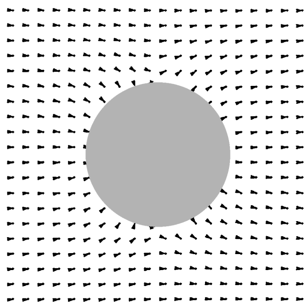


图 5　导体球附近的电场线图

从图中我们发现,导体球外的电场分布规律和介质球外的电场分布规律是一样的,但是在这种情况下,导体球内部是没有电场存在的.因为当导体置于电场中时,导体内的电荷会重新分布,形成电场来抵消外电场,最终就会导致导体内的总电场为零.

4　结论

本文基于 Mathematica 讨论了分离变量法在静电场的应用,通过用分离变量法求解介质球附近的电场以及 3 种极限情况下电场分布的实例分析展示了 Mathematica 具有的强大的数值计算、符号计算和图形绘制的功能,研究探讨了如何通过 Mathematica 软件辅助静电场的学习.学生通过学习 Mathematica 软件,能够很好地锻炼动手能力和自主学习能力,他们在学习过程中可以将专业课的复杂数学问题交给 Mathematica 来进行,而自己只需掌握基本的数学原理,了解相关知识,配合 Mathematica 图形显示,就能达到更充分更深层次理解内容本质的目的,尤其是西藏地区来自农牧区的学生,数理基础很差,Mathematica 的引入解决了这些学生由于薄弱的数学基础和抽象的专业概念所引起的在专业课学习上的困难,对这些学生具有重大意义.

参 考 文 献

1　张保花,郭福强,李艳青.分离变量法在静电场问题中的应用[J].昌吉学院学报,2011(4):93～96

2　赵海军,李洋阳,张振海.电动力学典型例题拓展:接地导体球置于均匀外电场中[J].物理与工程,2019,29(4):111～114

3　袁德荣.从分离变量法到电象法[J].高等函授学报(自然科学版),1996(4):37～38,51

4　罗良,田芳,杜健嵘.Mathematica 在电动力学课程教学中的应用探索[J].科技创新导报,2015,12(13):168～169

5　杨硕,谢文海,霍飒.Mathematica 在理论力学教学中的应用[J].湖北师范学院学报(自然科学版),2014(1):86～90

6　蒋少华.基于 Mathematica 的静电场边值问题研究[J].韶关学院学报,2018,39(12):37～41

7　尹芬芬,王应.Mathematica 在伏安法测试电阻实验的应用[J].集成电路应用,2019,36(6):76～77

8　郭硕鸿.电动力学(第 3 版)(BZ)[M].北京:高等教育出版社,2009

9　郭福强,张保花,王俊珺.静电场求解的三种方法研究[J].昌吉学院学报,2016(6):106～109

The Application on Mathematica in the Method of Separating Variables and the Discussion in the Limit Case

Wang Mengya　Cao Rong　Xia Jiezhen　Wu Qi

(Department of Physics, Tibet University, Lhasa, Tibet　850000)

Abstract: The electrostatic field problem is one of the main problems of the electrodynamics course. It is highly abstract and requires students to have a good mathematical foundation. The introduction of Mathematica software into electrostatic field learning can simplify complex advanced mathematics calculations, facilitate the display of physical images, and thus could achieve good teaching results with vivid teaching process. Taking the typical problem of solving electric field near the dielectric sphere using the separation of variables method as an example, we introduce the application of Mathematica′s numerical symbol calculation, graph drawing in electrostatic field, and finally illustrate how Mathematica assists electrostatic field teaching.

Key words: Mathematica; separation of variable method; electrostatic field