

# 损耗电阻对 $RLC$ 串联谐振电路品质因数的修正

钱浩媛 王楠 闫夙 王丽

(吉林师范大学物理学院 吉林 四平 136000)

(收稿日期:2021-06-19)

**摘要:**  $RLC$  串联谐振是大学物理实验的一个重要内容. 实验中发现电路品质因数的实验值总是小于理论计算值. 对电路中的损耗电阻进行了估算, 并对品质因数的理论值进行了修正, 从而有效地降低了实验相对误差.

**关键词:** 串联谐振 品质因数 损耗电阻

$RLC$  串联谐振是大学物理实验的一个重要内容<sup>[1]</sup>, 其电路由电感  $L$ , 电容  $C$  和电阻  $R$  串联组成, 如图 1 所示. 谐振时, 容抗和感抗电位相等, 电路中的电压和电流相位相同, 电路呈现出电阻性. 谐振电路性能的好坏可以用品质因数  $Q$  来表示. 对于串联谐振, 谐振时  $L$  或  $C$  的电压可以被放大为电源电压的  $Q$  倍, 所以串联谐振也称为电压谐振.

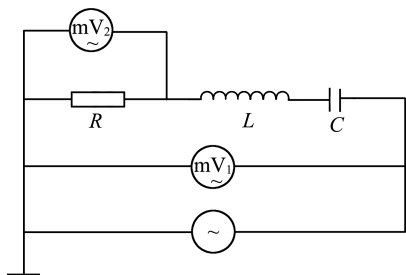


图1  $RLC$  串联谐振电路图

实验过程中, 学生们发现  $Q$  的实验值总是小于理论值, 有时相对误差可以高达 10% 以上, 从而给学生带来一定的困扰, 甚至怀疑实验的正确性. 通过对  $RLC$  串联谐振电路进行分析, 这应该是由工作在交流状态下  $L$  和  $C$  存在一定的损耗电阻  $R_s$  造成的. 文献[2]通过具体的实验对电路中的总损耗电阻进行了测量, 从而对  $Q$  的理论值进行了修正, 使得相对误差降低到 4.4% 以下. 但测量总损耗电阻的实验相对复杂, 并且新添加的电阻箱可能带来新的系统误差. 本论文在没有改变  $RLC$  串联电路的基础上, 测量出不同  $R$  下  $Q$  的实验值, 通过对实验数据的拟合得到电路中的  $R_s$ , 从而对  $Q$  的理论值进行修

正, 以此达到降低实验相对误差的目的.

## 1 理论

设电路中  $L$  的直流电阻为  $R_L$ , 则  $Q$  的理论值为

$$Q_{\text{修正前}} = \frac{1}{R + R_L} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1)$$

考虑电路中  $R_s$  的存在后, 对上式进行修正, 得

$$Q_{\text{修正后}} = \frac{1}{R + R_L + R_s} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2)$$

对式(2)取平方, 得

$$Q^2 = \frac{1}{(R + R_L + R_s)^2} \frac{L}{C} \quad (3)$$

令  $y = Q^2$ ,  $x = R + R_L$ ,  $A = R_s$  和  $B = C$ , 则有

$$y = \frac{1}{(x + A)^2} \frac{L}{B} \quad (4)$$

## 2 实验

本实验使用的实验仪器为交流电路综合实验仪 DH4505, 其中电感  $L = 100$  mH 时的直流电阻  $R_L = 20 \Omega$ , 交流毫伏表的型号为 AS2173D. 连接图 1, 固定输出电压  $U = 1$  V,  $L = 100$  mH,  $C = 0.03, 0.05, 0.10, 0.15$  和  $0.20 \mu\text{F}$ ,  $R$  在  $50 \Omega \sim 400 \Omega$  之间取不同值时, 分别测量出  $L$  和  $C$  在谐振状态下两端的电压, 即  $U_L$  和  $U_C$ , 则  $Q$  的实验值为

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} \quad (5)$$

实验数据如表 1 所示.

表1  $L=100\text{ mH}$  时,不同电路的谐振频率  $f_0$  和  $Q_{\text{实验}}$

$R/\Omega$	$C=0.03\ \mu\text{F}$		$C=0.05\ \mu\text{F}$		$C=0.10\ \mu\text{F}$		$C=0.15\ \mu\text{F}$		$C=0.20\ \mu\text{F}$	
	$f_0/\text{Hz}$	$Q_{\text{实验}}$	$f_0/\text{Hz}$	$Q_{\text{实验}}$	$f_0/\text{Hz}$	$Q_{\text{实验}}$	$f_0/\text{Hz}$	$Q_{\text{实验}}$	$f_0/\text{Hz}$	$Q_{\text{实验}}$
50	2 871	20.5	2 229	17.0	1 584	12.2	1 293	10.2	1 111	9.4
100	2 883	12.9	2 235	10.2	1 585	7.80	1 297	6.38	1 117	5.6
150	2 886	9.4	2 249	7.8	1 592	5.56	1 299	4.58	1 120	3.8
200	2 888	7.8	2 248	6.1	1 592	4.34	1 298	3.58	1 121	3.0
250	2 889	6.4	2 249	5.0	1 593	3.55	1 300	2.88	1 119	2.4
300	2 891	5.4	2 245	4.2	1 592	3.00	1 299	2.42	1 121	2.0
350	2 898	4.7	2 248	3.6	1 593	2.60	1 299	2.14	1 121	1.7
400	2 902	4.0	2 245	3.1	1 592	2.25	1 297	1.86	1 120	1.4

### 3 结果和讨论

图2给出了  $L=100\text{ mH}, C=0.1\ \mu\text{F}, R+R_L$  取不同值时  $Q^2$  的实验值(点线)和相应的拟合曲线(实线). 随着  $R+R_L$  的增加,  $Q^2$  单调减小. 对实验数据按式(4)进行拟合, 得到的参数见图2中的插图. 可以看到拟合曲线的残差均方(Reduced Chi-Sqr)为1.66, 相关系数平方(COD)为0.99931, 系数  $A=(11.74\pm 0.34)$ , 即当  $L=100\text{ mH}, C=0.1\ \mu\text{F}$ , 谐振频率  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1\ 592.3\text{ Hz}$  时,  $RLC$  电路中  $L$  和  $C$  之间的  $R_s=(11.74\pm 0.34)\ \Omega$ .

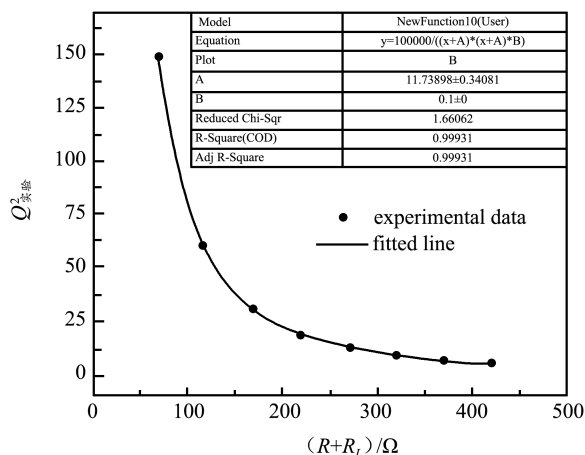


图2  $L=100\text{ mH}, C=0.1\ \mu\text{F}$  时,  $Q^2$  与  $R+R_L$  的实验关系曲线图

图3出了  $L=100\text{ mH}$  时,  $R_s, C$  和  $f_0$  的三维立体关系曲线图. 从图中可以看到, 当  $C$  从  $0.03\ \mu\text{F}$  增加到  $0.2\ \mu\text{F}$  时,  $f_0$  从  $2\ 907.2\text{ Hz}$  减小到  $1\ 126.0\text{ Hz}$ , 同时  $R_s$  从  $19.25\ \Omega$  减小到  $5.36\ \Omega$ . 在频率较高的情况下,  $L$  中的铜导线由于趋肤效应会产生较大

的附加损耗电阻, 所以  $R_s$  随着  $f_0$  的增大而增大.

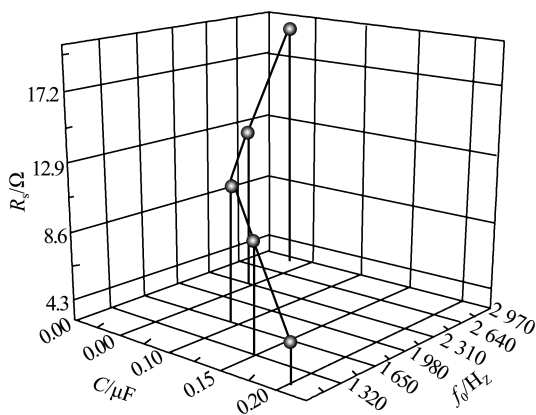


图3  $L=100\text{ mH}$  时,  $R_s, C$  和  $f_0$  的三维立体关系曲线图

图4给出了  $L=100\text{ mH}, C$  取不同值时, 实验相对误差与  $R$  的关系曲线图. 修正前和修正后的实验相对误差  $\Delta$  分别为

$$\Delta_{\text{修正前}} = \left| \frac{Q_{\text{修正前}} - Q_{\text{实验}}}{Q_{\text{修正前}}} \right| \times 100\%$$

$$\Delta_{\text{修正后}} = \left| \frac{Q_{\text{修正后}} - Q_{\text{实验}}}{Q_{\text{修正后}}} \right| \times 100\%$$

其中  $Q_{\text{修正前}}$  和  $Q_{\text{修正后}}$  分别由式(1)和(2)计算而得. 图4(a)为  $C$  取不同值时,  $\Delta_{\text{修正前}}$  随着  $R$  的变化曲线. 可以看到  $C=0.03, 0.05, 0.10$  和  $0.15\ \mu\text{F}$  时,  $\Delta_{\text{修正前}}$  随着  $R$  的增大而减小,  $R$  值较小时实验相对误差较大应该是由  $R_s$  不可忽略造成的. 例如, 当  $C=0.03\ \mu\text{F}, R=50\ \Omega$  时,  $\Delta_{\text{修正前}}$  最大, 达到  $20.5\%$ . 而当  $C=0.20\ \mu\text{F}$  时,  $\Delta_{\text{修正前}}$  随着  $R$  的增大而增大,  $R$  值较大时实验相对误差大应该是由  $Q$  值太小, 实验测量不准确造成的. 例如, 当  $C=0.20\ \mu\text{F}, R=400\ \Omega$  时,  $Q$  仅有  $1.4$ , 说明此时电路的谐振特性曲线  $I-f$  钝化得非常明显, 造成  $f_0$  测量的不准确性, 从

而使得  $\Delta_{\text{修正前}}$  达到 15.8%。此外,即使按照教材<sup>[3]</sup>的实验条件取  $C=0.05\ \mu\text{F}$ ,  $R=100\ \Omega$ ,  $\Delta_{\text{修正前}}$  也有 10.6%。由此可见,较大的误差必然给学生造成困扰。图 4(b)~(f)分别为  $C=0.03, 0.05, 0.10, 0.15$  和  $0.20\ \mu\text{F}$  时,  $\Delta_{\text{修正前}}$  和  $\Delta_{\text{修正后}}$  随着  $R$  的变化曲线。可以看到,  $\Delta_{\text{修正后}}$  明显小于  $\Delta_{\text{修正前}}$ , 说明该修正方法

是可行的。此外,比较图 4(b)~(f), 在  $RLC$  串联谐振电路中,  $C$  和  $R$  的取值对实验的准确性有很大的影响。综合考虑, 当  $L=100\ \text{mH}$ ,  $C$  取  $0.05\ \mu\text{F}$ ,  $R$  在  $150\ \Omega\sim 300\ \Omega$  之间时, 电路不仅有较高的  $Q$  值, 而且实验的相对误差较小。

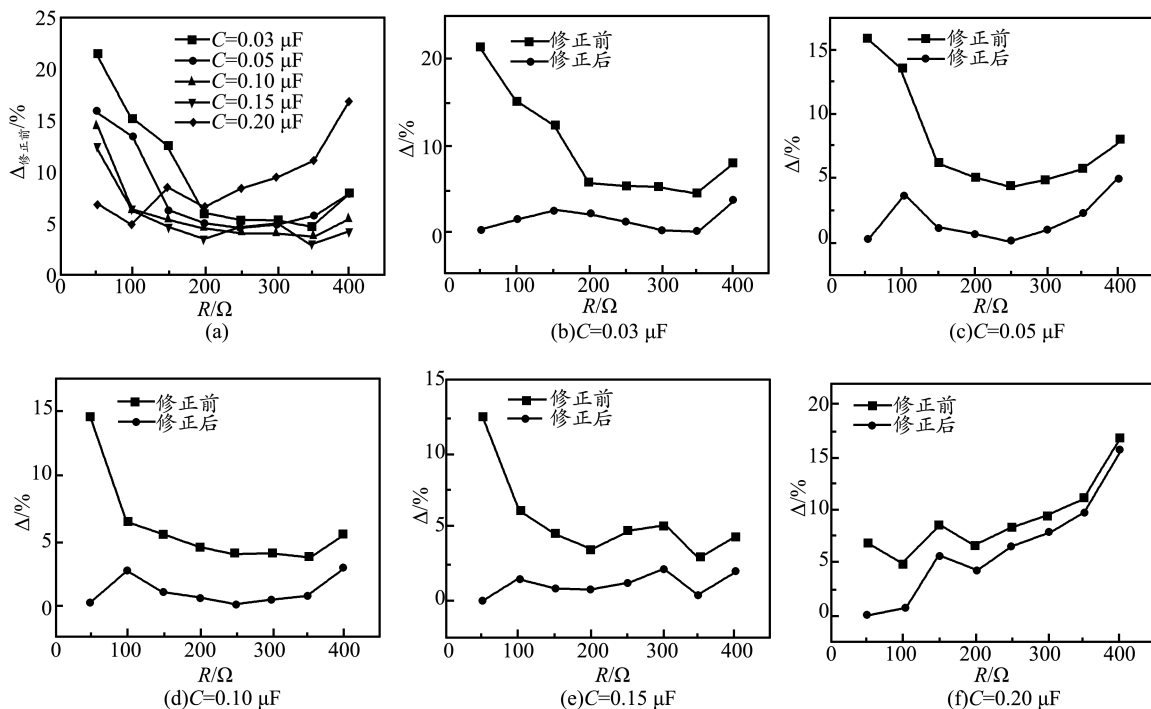


图 4  $L=100\ \text{mH}$ ,  $C$  取不同值时, 实验相对误差与  $R$  的关系曲线图

#### 4 结论

在测量  $RLC$  串联谐振电路品质因数的实验中, 通过数据拟合的方法, 估算出电路中的损耗电阻, 从而对理论值进行修正, 有效地减小了实验相对误差。该方法原理简单, 易于操作。此外, 通过 Origin 软件进行数据处理不仅准确方便, 还会极大地激发学生的学习兴趣, 培养他们的科研创新能力。

## Correction of Quality Factor of $RLC$ Series Resonant Circuit by Loss Resistance

Qian Haoyuan Wang Nan Yan Su Wang Li

(Department of Physics, Jilin Normal University, Siping, Jilin 136000)

**Abstract:**  $RLC$  series resonance is an important part of college physics experiments. It is found that the measured quality factor of the circuit is always less than the theoretical value in the experiment. In this paper, to reduce the experimental error effectively, the theoretical value of quality factor is corrected by the loss resistance.

**Key words:** series resonance; quality factor; loss resistance

#### 参考文献

- 1 杨述武, 赵立竹. 普通物理实验(电磁学部分)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007. 88~91
- 2 李兴毅, 高金辉, 陈运保, 等.  $RLC$  串联谐振电路  $Q$  值的一种修正方法[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2004, 32(3): 118~120
- 3 刘惠莲. 大学物理实验[M]. 北京: 科学出版社, 2014. 165~167