

对一道共振习题引发问题的探讨

杨钧捷

(江苏省海门中学 江苏 南通 226100)

(收稿日期:2021-09-12)

摘要:从一道关于受迫振动与共振的习题疑问出发,探讨了单摆受迫振动的振幅与质量、驱动力频率、固有频率的关系.

关键词:单摆 受迫振动 共振 振幅

1 问题引入

在一次习题教学中笔者讲述了这样一道习题,题目如下.

【例题】如图1所示,球 a 振动后,通过水平细绳迫使 b 和 c 振动,下列说法中正确的是()

- A. 只有球 a 和球 c 振动周期相等
- B. 球 c 的振幅比球 b 小
- C. 球 c 的振幅比球 b 大
- D. 球 a ,球 b ,球 c 的振动周期不等

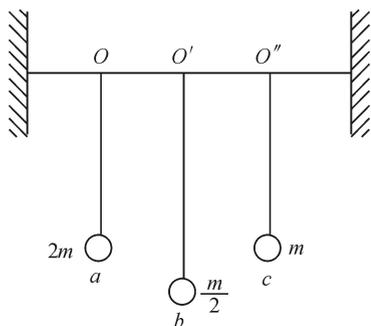


图1 例题题图

从此题考查知识点来看,主要涉及受迫振动与共振,即受迫振动周期等于驱动力周期;单摆的固有周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$,与摆球质量无关;当驱动力周期与固有周期相等时,发生共振.

教辅资料中给出的参考答案是:球 a 振动充当驱动球, b 和 c 两球的振动周期都应当等于球 a 的振动周期,所以A和D错误.球 c 的摆长与球 a 的摆长相同,周期也相同,所以球 c 做受迫振动的振幅大,B错误,C正确.

教学中学生提出这样一个问题,球 b 虽然不能

产生共振,但它的质量小,道理上它的振动更“容易”,这样,会不会导致其振幅比球 c 共振时的振幅还要大呢?这个问题同时也引发笔者思考,在周期性驱动力作用下,单摆的振幅与质量到底有些什么关系?鉴于此问题对于中学命制此类试题有一定价值和意义,为此,本文尝试在此作出深入探讨.

2 问题探讨

2.1 建立模型

球 b 提供驱动力,认为 b 和 c 两球都受到相同的驱动力,则

$$F = F_0 \cos \omega t$$

其中, F_0 是驱动力的幅值, ω 是驱动力的角频率,单摆在回复力和驱动力的作用下,根据牛顿第二定律

$$- \frac{mg}{l}x + F_0 \cos \omega t = ma$$

其中, m 为摆球质量, l 为摆长,用微分方程表示为

$$- \frac{mg}{l}x + F_0 \cos \omega t = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

求解可得,当振动稳定下来后,单摆位移随时间的变化关系为

$$x = \frac{F_0}{m(\omega_n^2 - \omega^2)} \cos(\omega t + \varphi)$$

其中, $\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}$,为单摆的固有角频率.

2.2 分析结果

显然,受迫振动的振幅为 $A = \frac{F_0}{m(\omega_n^2 - \omega^2)}$,可见,摆球质量越大,振幅越小.但如果单摆的固有角频率 ω_n 和驱动力的角频率 ω 相等,必将出现受迫振动的振幅无穷大的情况,因此,摆球质量的影响就能

高考物理试题情境与新教材习题情境的关联性分析及启示

——以2021年高考广东省物理试题和新教材习题为例

邱佳乐 杨奥龙 许桂清 张军朋

(华南师范大学物理与电信工程学院 广东 广州 510006)

(收稿日期:2022-01-19)

摘要:通过将2021年高考广东省物理试题情境与新教材习题情境进行关联性分析,发现两者在真实情境设置上呈现较大的关联性;前沿科技情境如出一辙,体育运动情境异曲同工,生活实践情境殊途同归,传统文化情境相得益彰.基于上述分析结论,提出3方面教材习题情境使用建议:整合多版教材情境,开展深度备课;归纳情境解题策略,以不变应万变;细心挖掘命题素材,创新试题情境.

关键词:情境 高考物理试题 新教材习题 关联性

1 引言

情境是指运用文字、图表、数据等形式,围绕一定主题加以设置的,为呈现题解信息、设计问题任务、达成测试目标而提供的载体^[1].《中国高考评价

忽略不计.

就本文前述习题而言,球 b 虽然质量小,其振幅会有所增加,但由于球 c 发生了共振,从理论上讲,其振幅可以接近无穷大,所以球 c 的振幅一定是最大.

2.3 拓展与讨论

实际实验中,我们观察到共振时,单摆的周期并不是无穷大^[1].这主要是因为存在阻尼作用,如果考虑这个因素,单摆的运动方程变为

$$-\frac{mg}{l}x - \gamma \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

其中,增加的 $-\gamma \frac{dx}{dt}$ 表示摆球受到的阻力与速度成正比, γ 是阻尼系数.

求解微分方程可得,当振动稳定下来后,单摆位移随时间变化情况满足

$$x = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}} \cos(\omega t + \varphi)$$

易得,球 b 受迫振动的振幅为

$$\frac{F_0}{\sqrt{\frac{m^2}{4}(\omega_{nb}^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}}$$

体系说明》中指出:“四层”考查内容和“四翼”考查要求通过情境与情境活动两类载体来实现^[2].高中物理新课标在“命题建议”中指出:试题的情境要具有一定的问题性、真实性、探究性或开放性^[3].教材是课标的具体化,教材习题的编制也注重情境的

同理,球 c 受迫振动的振幅为

$$\frac{F_0}{\sqrt{\frac{m^2}{4}(\omega_{nc}^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}}$$

由于球 c 发生共振,其固有角频率 $\omega_{nc} = \omega$,所以球 c 的振幅为 $\frac{F_0}{\gamma\omega}$,且振幅最大.

3 结束语

本文从振动微分方程求解的角度,证明了摆球质量确实会影响受迫振动振幅,但无论是否考虑阻尼影响,质量是否相同,共振的振幅是大于其他情况的.此探讨主要是为了便于教师从本质上更好理解受迫振动和共振,从另一个角度思考此类力学问题.

致谢

本文撰写过程中得到昆明市五华区教育体育局副局长、五华区基础教育发展研究院赵坚老师的悉心指导.

参考文献

- 1 漆安慎,杜婵英.普通物理学教程(力学)[M].北京:高等教育出版社,2005.309~317