

用作图法巧解动态平衡问题

祁宜纯

(静宁县界石铺中学 甘肃 平凉 743421)

(收稿日期:2021-09-17)

摘要:动态平衡问题是高中物理平衡问题中的一个难点,这类问题中的一部分力是变力,是动态力,力的大小和方向均要发生变化,解决这类问题的一般思路是,化“动”为“静”,“静”中求“动”.

关键词:动态平衡 矢量三角形法则 辅助圆法则

动态平衡是指通过控制某些物理量,使物体的状态发生缓慢的变化,但变化过程中的每一个状态均可视为平衡状态.解决动态平衡问题常用的方法有解析法和作图法,解析法一般适用于物体受3个或3个以上力的作用而平衡的问题,作图法适用于物体受3个力作用而平衡的问题,其原理是当物体受3个力作用而处于平衡状态时,其合力为零,3个力首尾相连可构成闭合的矢量三角形,通过分析矢量三角形,各力的大小及方向一目了然.本文结合例题,对用作图法解决动态平衡问题的方法进行梳理.

1 矢量三角形法则

题型特点:

- (1) 物体受3个力的作用而处于平衡状态.
- (2) 3个力中有一力的大小、方向均不变(通常为重力,也可以是其他力),另一个力的方向不变,第3个力的大小、方向均发生变化.

解题思路:

- (1) 明确研究对象.
- (2) 分析物体所受的力并根据共点力的平衡条件作出矢量三角形.
- (3) 在矢量三角形中找到变化的角,画出变化后的三角形.
- (4) 根据有向线段的长度变化判断各个力的变化情况.

【例1】如图1所示,一小球放置在木板与竖直墙面之间.设墙面对球的压力大小为 F_{N1} ,球对木板的压力大小为 F_{N2} .以木板与墙连接点所形成的水平直线为轴,将木板从图示位置开始缓慢地转到水平位置.不计摩擦,在此过程中()

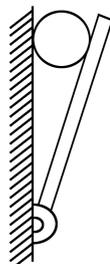


图1 例1题图

- F_{N1} 始终减小, F_{N2} 始终增大
- F_{N1} 始终减小, F_{N2} 始终减小
- F_{N1} 先增大后减小, F_{N2} 始终减小
- F_{N1} 先增大后减小, F_{N2} 先减小后增大

解析:对小球受力分析如图2所示,由平衡条件可知,3个力可构成闭合的矢量三角形,其中重力 mg 大小、方向均不变, F_{N1} 的方向始终不变, F_{N2} 与重力的夹角逐渐变小,通过作图可以看出,在此过程中 F_{N1} 和 F_{N2} 一直在减小,则选项B正确.

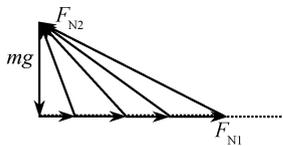


图2 小球受力分析

素养拓展1:水平地面上有一木箱,木箱与地面间的动摩擦因数为 μ ($0 < \mu < 1$).现对木箱施加一拉力 F ,使木箱做匀速直线运动.设 F 的方向与水平地面的夹角为 θ ,如图3所示,在 θ 从零逐渐增大到 90° 的过程中,木箱的速度保持不变,则()

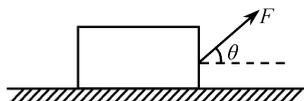


图3 木箱受力方向分析

- A. F 先减小后增大 B. F 一直增大
C. F 一直减小 D. F 先增大后减小

解析:对木箱受力分析如图4所示,木箱受4个力:重力、支持力、滑动摩擦力和拉力 F ,将支持力 F_N 和滑动摩擦力 F_f 合成为一个力 $F_{\text{合}}$.其中重力 mg 大小、分向均不变, $F_{\text{合}}$ 的方向保持不变,变化的力是 F ,作出矢量三角形,由图4可知,当 θ 从零逐渐增大到 90° 的过程中, F 先减小后增大,选项A正确.

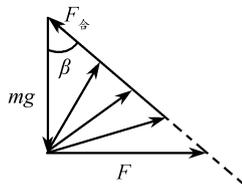


图4 木箱受力构成的矢量三角形

2 等腰三角形法则

题型特点:

- (1) 物体受3个力的作用而处于平衡状态.
- (2) 3个力中有一个力的大小、方向均不变,另两个力方向改变但大小始终相等.

解题思路:

- (1) 明确研究对象.
- (2) 分析物体所受的力并根据共点力的平衡条件作出等腰三角形.
- (3) 判断等腰三角形中顶角的变化情况,并画出变化后的三角形.
- (4) 根据有向线段的长度变化判断各个力的变化情况.

【例2】如图5所示.用钢筋弯成的支架,水平虚线 MN 的上端是半圆形, MN 的下端笔直竖立.一不可伸长的轻绳通过动滑轮悬挂一重物 G .现将轻绳的一端固定于支架上的 A 点,另一端从 C 点处沿支架缓慢地向最高点 B 靠近(C 点与 A 点等高),则绳中拉力()

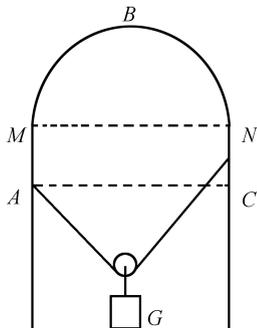


图5 例2题图

- A. 先变大后不变 B. 先不变后变大
C. 先不变后变小 D. 保持不变

解析:滑轮受力如图6所示,将3个力首尾相接构成等腰三角形.由实际过程可知,等腰三角形的顶角先保持不变,然后减小,则绳中张力先保持不变,后逐渐减小,则选项C正确.

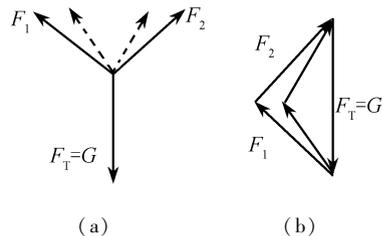


图6 滑轮受力分析图

素养拓展2:目前,我市每个社区均已配备了公共体育健身器材.如图7所示器材为一秋千,用两根等长轻绳将一座椅悬挂在竖直支架上等高的两点.由于长期使用,导致两根支架向内发生了稍小倾斜,如图中虚线所示,但两悬挂点仍等高.座椅静止时用 F 表示所受合力的大小, F_1 表示单根轻绳对座椅拉力的大小,与倾斜前相比()

- A. F 不变, F_1 变小 B. F 不变, F_1 变大
C. F 变小, F_1 变小 D. F 变大, F_1 变大

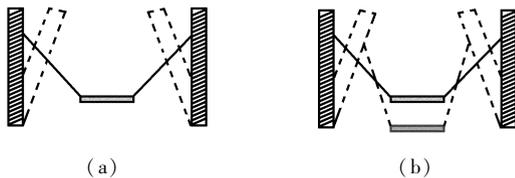


图7 拓展用图

解析:座椅受力如图8所示,将3个力首尾相接构成等腰三角形.两根支架向内发生了稍小倾斜,则等腰三角形的顶角变小,绳中张力 F_1 变小,由于座椅仍静止则所受合力 F 始终为零,选项A正确.

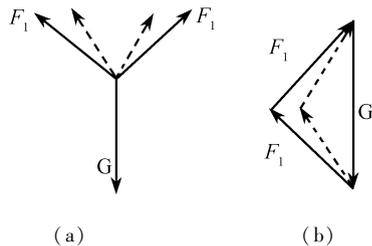


图8 座椅受力分析图

3 相似三角形法则

题型特点:

- (1) 物体受3个力的作用而处于平衡状态.
- (2) 3个力中有一个力的大小、方向均不变,另

两个力方向都在改变.

解题思路:

(1) 明确研究对象.

(2) 分析物体所受的力并根据共点力的平衡条件作出矢量三角形.

(3) 在图中找到与矢量三角形相似的几何三角形, 根据相似三角形的性质, 建立比例关系, 进行讨论.

【例 3】 半径为 R 的光滑球形物体固定在水平地面上, 球心正上方有一光滑的小滑轮, 滑轮到球面 B 的距离为 h , 轻绳的一端系一小球, 靠放在半球上的 A 点, 另一端绕过定滑轮后用力拉住, 使小球静止, 如图 9 所示, 现缓慢地拉绳, 在使小球由 A 到 B 的过程中, 半球对小球的支持力 F_N 和绳对小球的拉力 F_T 的大小变化的情况是 ()

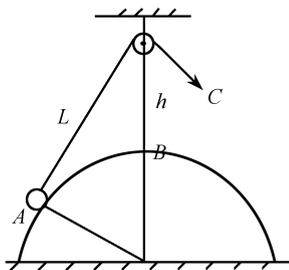


图 9 例 3 题图

- A. 变大, 变小 B. 变小, 变大
C. 变小, 先变小后变大 D. 不变, 变小

解析: 小球受力如图 10 所示, 将 3 个力首尾相接构成矢量三角形, 矢量三角形与几何三角形 $\triangle AOO'$ 相似, 建立相似比, 则有 $\frac{mg}{R+h} = \frac{F_N}{R} = \frac{F_T}{L}$, 其中, mg , R , h 均不变, L 逐渐减小, 则由上式可知, F_N 不变, F_T 变小, 选项 D 正确.

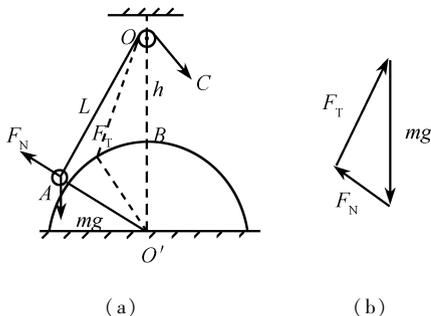


图 10 光滑球面上的小球受力分析

素养拓展 3: 如图 11 所示, AC 是上端带定滑轮

的固定竖直杆, 质量不计的轻杆 BC 一端通过铰链固定在 C 点, 另一端 B 悬挂一重为 G 的重物, 且 B 端系有一根轻绳并绕过定滑轮 A , 用力 F 拉绳, 开始时 $\angle BCA > 90^\circ$, 现使 $\angle BCA$ 缓慢变小, 直到杆 BC 接近竖直杆 AC . 此过程中, 杆 BC 所受的力 N 和拉力 F 的变化情况是 ()

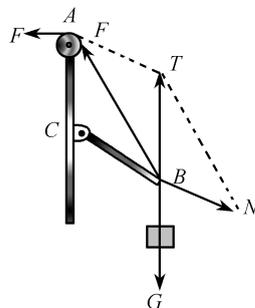


图 11 拓展用图

- A. 大小不变 B. 逐渐增大
C. 逐渐减小 D. 先增大后减小

解析: 以 B 点为研究对象, 受力分析并作出矢量三角形, 可以看出矢量三角形与几何三角形 ABC 相似, 则有

$$\frac{N}{BC} = \frac{F}{AB} = \frac{T}{AC}$$

又 $T = G$, 使 $\angle BCA$ 缓慢变小时, 边 AC 和 BC 保持不变, AB 变小, 则力 N 保持不变, F 变小.

4 圆周图解法则

题型特点:

- (1) 物体受 3 个力的作用而处于平衡状态.
- (2) 其中一个力的大小、方向均不变, 另一个力的大小不变、方向改变, 第 3 个力的大小、方向都改变.

解题思路:

- (1) 明确研究对象.
- (2) 分析物体的受力并作矢量三角形.
- (3) 以已知恒力的始端为圆心, 以已知大小的变力为半径作圆, 根据变化过程作出不同状态下的矢量图, 再根据有向线段的长度判断各个力的变化情况.

【例 4】 如图 12 所示, 在做“验证力的平行四边形定则”的实验时, 用 M 和 N 两个测力计通过细线拉橡皮条的端点, 使其到达 O 点, 此时 $\alpha + \beta = 90^\circ$, 然后保持 M 的示数不变, 而使 α 角减小, 为保持端点位置不变, 可采用的办法是 ()

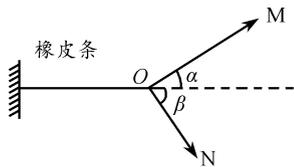


图12 例4题图

- A. 减小 N 的示数同时减小 β 角
 B. 减小 N 的示数同时增大 β 角
 C. 增大 N 的示数同时增大 β 角
 D. 增大 N 的示数同时减小 β 角

解析:以结点 O 为研究对象,受到3个拉力,如图13所示分别为 $F_M, F_N, F_{\text{合}}$,将3个力构成矢量三角形(如图所示的实线三角形),以 O 为圆心, F_M 为半径作圆,需满足力 $F_{\text{合}}$ 大小、方向不变,角 α 减小,则动态矢量三角形如图中画出的一系列虚线表示的三角形.由此可知 F_N 的示数减小同时 β 角减小,选项 A 正确.

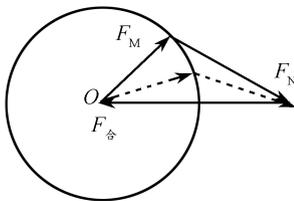


图13 结点受力分析

5 巧用圆周角法则

题型特点:

- (1) 物体受3个力的作用而处于平衡状态.
 (2) 其中一个力的大小、方向均不变,另两个力之间的夹角保持不变.

解题思路:

- (1) 明确研究对象.
 (2) 分析物体的受力并作矢量三角形.
 (3) 作该矢量三角形的外接圆,根据变化过程作出不同状态下的力的矢量图,根据有向线段的长度判断各个力的变化情况.

【例5】如图14所示,物体 G 用两根绳子悬挂,开始时绳 OA 水平,现将两绳同时沿顺时针方向转过 90° ,且保持两绳之间的夹角 α 不变 ($\alpha > 90^\circ$),物体保持静止状态.在旋转过程中,设绳 OA 的拉力为

T_1 ,绳 OB 的拉力为 T_2 ,则()

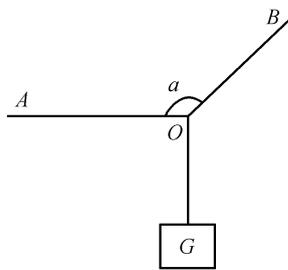


图14 例5题图

- A. T_1 先减小后增大 B. T_1 先增大后减小
 C. T_2 逐渐减小 D. T_2 最终变为零

解析:如图15所示,以绳子结点 O 为研究对象,受到3根绳子的拉力,分别为 T_1, T_2, T_3 ,3个力构成矢量三角形 CDE ,作该矢量三角形 CDE 的外接圆,其中 T_1 矢量箭头将始终落在圆周上.初始时刻, T_2 恰好为其外接圆的直径,当绳转过 90° 时, $T_2 = 0$,故 T_2 逐渐减小, T_1 先增大后减小.

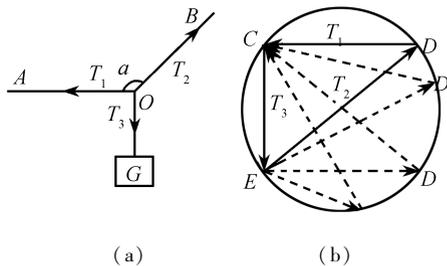


图15 力的矢量三角形分析

总之,巧解动态平衡问题的方法,就是将共点力的平衡条件、矢量运算法则以及数学中的几何图形知识相结合,使求解过程简洁明快、形象直观的方法,这种方法体现了应用数学知识处理物理问题的能力.

参考文献

- 毛连舜,徐伟龙.巧用相似三角形解物理学中的动态平衡问题[J].新课程学习(中),2014(11):1~2
- 张传义.动态力问题的分析和拓展[J].理科考试研究(高中版),2013(2):38~38
- 何勇,任致远.利用圆的性质解决力学中动态平衡问题[J].物理教师,2021(4):91~93
- 朱蕾.动态平衡问题常用的三种解法例析[J].数理化学习(教研版),2021(9):11~12