

“数学物理方法”课程教学内容的组织探讨^{*}

赵晓云 李世刚 赵 明

(阜阳师范大学物理与电子工程学院 安徽 阜阳 236037)

(收稿日期:2021-11-18)

摘 要:提高教学质量是高校提高人才培养质量的重要环节. 针对物理类专业重要的核心课程——数学物理方法, 对学生学习过程中难以学习和掌握的知识点的教学进行讨论, 为教学改革提供参考, 从而进一步提高学生的学习效率.

关键词:数学物理方法 教学内容 复变函数 数理方程

数学物理方法是高校物理类专业开设的一门专业必修课, 它的先修课程是高等数学和大学物理, 后续课程是理论物理相关课程^[1~3]. 数学物理方法课程内容主要包括复变函数和数理方程两部分, 它把数学理论、解题方法和物理实际三者紧密地结合在一起, 在培养学生的数学运算能力、理论分析能力和创新思维能力方面有着重要的作用. 这门课程的特点是内容多、公式多、推导繁琐、与实际结合不紧密, 加上现在高校课程课时的压缩, 教师课堂教学讲解不能足够细致充分, 学生在学习时感觉特别难学, 学习积极性普遍不高.

2019 年, 教育部明确提出提高高等教育人才培养质量的总要求, 鼓励高校尝试采取各种有效措施, 努力提高教学质量^[4]. 数学物理方法这门课程承上启下, 对于该门课程内容的掌握直接关系到后续其他课程的学习^[5,6]. 如何学好该门课程, 是学生的一项重要任务, 如何教好这门课程, 则是教师的职责. 数学物理方法这门课程难度系数较大, 如何帮助学生提高知识接受程度和学习效率, 是教师的重要工作. 在“以学生为中心”的教育技术时代, 教学模式也必须与时俱进, 数学物理方法课程的教学改革也

在不断进行着. 关于数学物理方法的教学方法与手段、教学内容等, 很多学者已经提出了建议和改革措施, 这些在一定程度上可以提高教学质量和学生的学习效率^[7~16]. 但是在已有的文献中, 关于课程内容的教学组织却很少被提起, 学生在学习的过程中对于知识点的把握仍然缺乏系统性, 对知识结构的全貌缺乏整体认知, 难以把握核心知识点, 导致学习课程时出现只见树木不见森林的问题.

笔者结合自身的教学实践, 就数学物理方法课程中所对应的复变函数论和数理方程两大知识板块, 如何结合学生已有的基础知识, 对知识点进行梳理, 建立课程知识图, 将课程内容构成更直观的体系, 便于学生更好地学习, 以此提高教学质量和学生的学习效率, 同时给同行在教学中作为参考.

1 复变函数论部分

复变函数论是数学的一个重要分支学科, 其中内容主要包括复变函数的基本运算、积分、幂级数展开、留数定理以及傅立叶变换和拉普拉斯变换. 复变函数解决一些问题主要依靠的是积分, 复变函数微积分可以代表明确的物理意义, 在理论研究方面和

^{*} 教育部教指委高等学校数学物理方法课程教学研究项目(JZX-21-SL-06); 教育部产学研合作协同育人项目“大学物理实验线上与线下混合式教学师资培训”, 项目编号: 202101003039; 安徽省质量工程教学研究项目“新时代和新工科建设背景下大学物理实验课程教学改革探索和实践”, 项目编号: 2020jyxm1389; 安徽省质量工程线上线下混合式和社会实践课程“大学物理实验”, 项目编号: 2020xsxxkc328

作者简介:赵晓云(1977-), 男, 博士, 副教授, 研究方向为数理方程.

具体实际问题的解决中都具有重要意义,所以搞清楚复变函数的积分对掌握复变函数论知识至关重要.

1.1 复变函数的积分

复变函数的积分运算不同于实变函数积分运

算,它不仅可能与积分的起点和终点有关,还可能与积分的路径有关. 尽管教材中关于复变函数的积分有柯西定理,但是涉及到具体积分时,学生仍然不知道怎么去运用,针对这种情况制作了复变函数积分运算方法知识结构图,具体如图 1 所示.

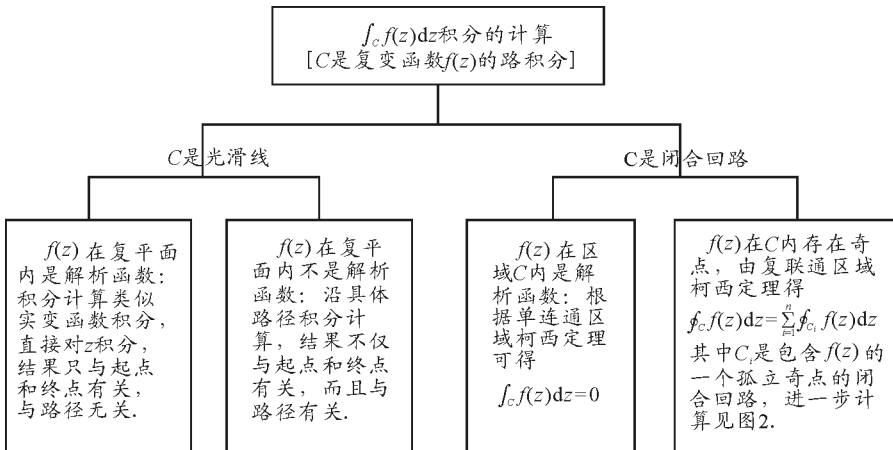


图 1 复变函数积分运算知识结构图

对于复变函数沿着光滑曲线积分的计算问题, 主要包括 4 种类型, 分别是被积复变函数在积分区域内是解析函数和积分光滑曲线是有向线段; 被积复变函数在积分区域内是解析函数和积分光滑曲线是闭合回路; 被积复变函数在积分区域内不是解析函数和积分光滑曲线是有向线段; 被积复变函数在积分区域内存在奇点和积分光滑曲线是闭合回路. 从图 1 可以看出, 关于复变函数沿着光滑曲线积分的问题, 主要难点是被积复变函数在积分区域内存

在奇点和积分光滑曲线是闭合回路的积分计算, 从图 1 可以看出, 对于这个类型问题的计算, 首先要搞清楚被积函数在积分区域内孤立奇点的判断.

1.2 孤立奇点的判断

复变函数 $f(z)$ 在 z_0 不可导, 但在 z_0 的任意小邻域内除 z_0 外其他点处处可导, 则称 z_0 为复变函数 $f(z)$ 的孤立奇点. 根据复变函数 $f(z)$ 在 z_0 的特点, 又可将孤立奇点分为 3 种类型: 可去奇点、极点和本性奇点. 如何判据具体如图 2 所示.

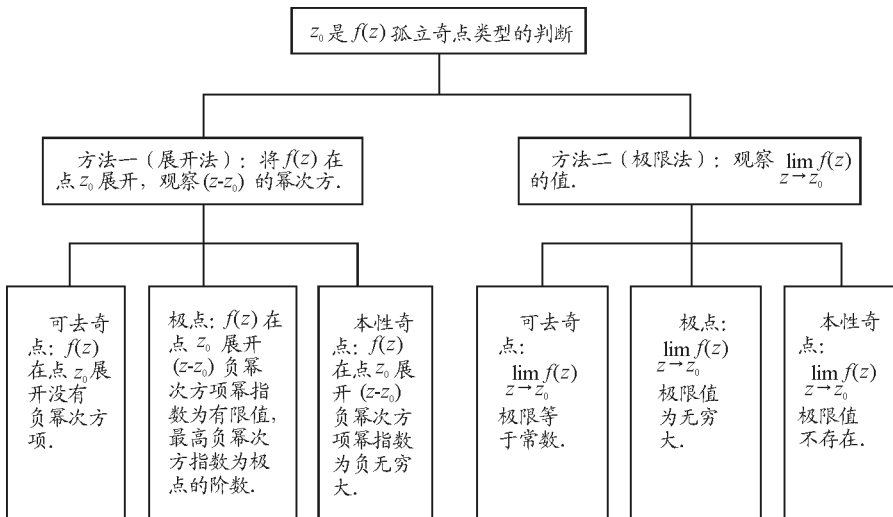


图 2 孤立奇点的判断方法知识结构图

关于指定点是复变函数孤立奇点何种类型的问题,从图 2 可以看出,其中难点之一是复变函数在指定点展开的问题.复变函数 $f(z)$ 在指定点的幂级数展开,主要有泰勒级数和洛朗级数,展开方式具体如图 3 所示.

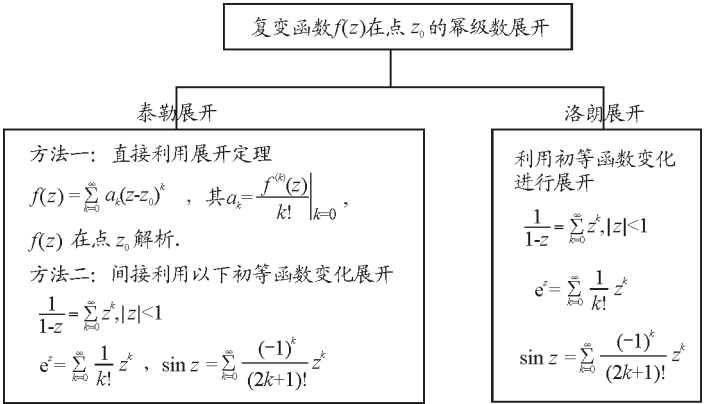


图 3 复变函数的幂级数展开知识结构图

1.3 复变函数 $f(z)$ 在闭合回路 C 内存在孤立奇点的积分

图 1 中复变函数沿闭合回路存在奇点的积分就容易计算了,具体如图 4 所示.

复变函数在指定点展开搞清楚之后,这样计算

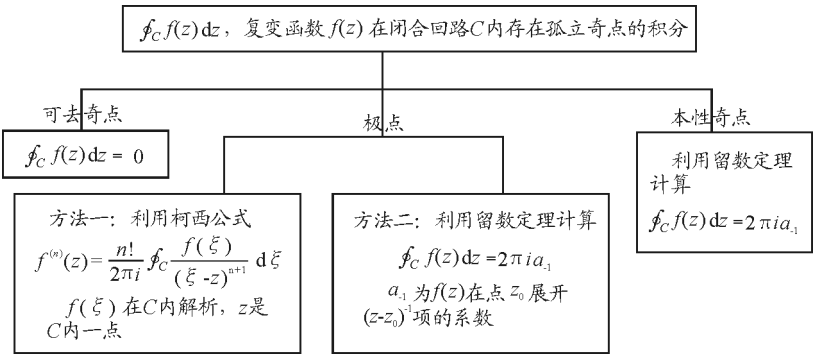


图 4 复变函数沿含有孤立奇点的闭合回路的积分知识结构图

从图 4 的结果可以看出,要想进一步计算出积分结果,必须要搞清楚复变函数 $f(z)$ 在孤立奇点 z_0 的留数 a_{-1} 的计算,具体如图 5 所示.

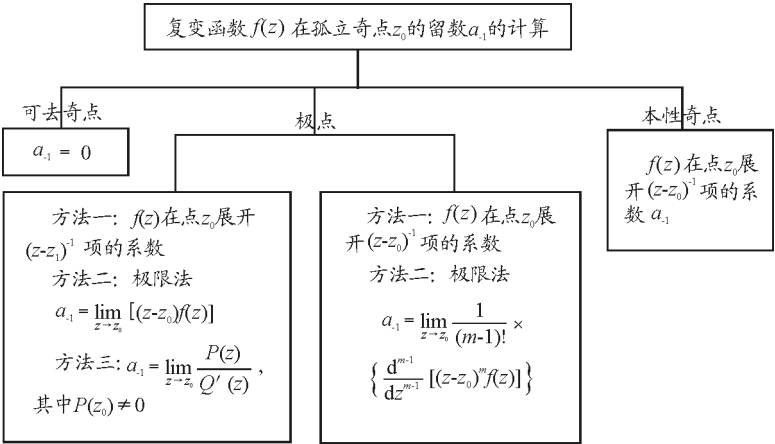


图 5 复变函数在孤立奇点留数的计算知识结构图

2 数理方程部分

数理方程部分主要包括数理方程的建立和求解问题,对于这部分内容,发现学生在学习中的主要难点集中在定解问题的求解和部分二阶常微分方程的求解方面。

2.1 定解问题的求解

关于定解问题的求解,最基本的方法是分离变量法,分离变量法主要适用于求解齐次泛定方程和齐次边界条件的问题,在平时的教学中,发现学生对于分离变量法基本能够掌握,而对于非齐次泛定方程和非齐次定解条件的定解问题,学生在学习时却难以把握,如何分析具体如图 6 所示(以波动定解问题为例)。

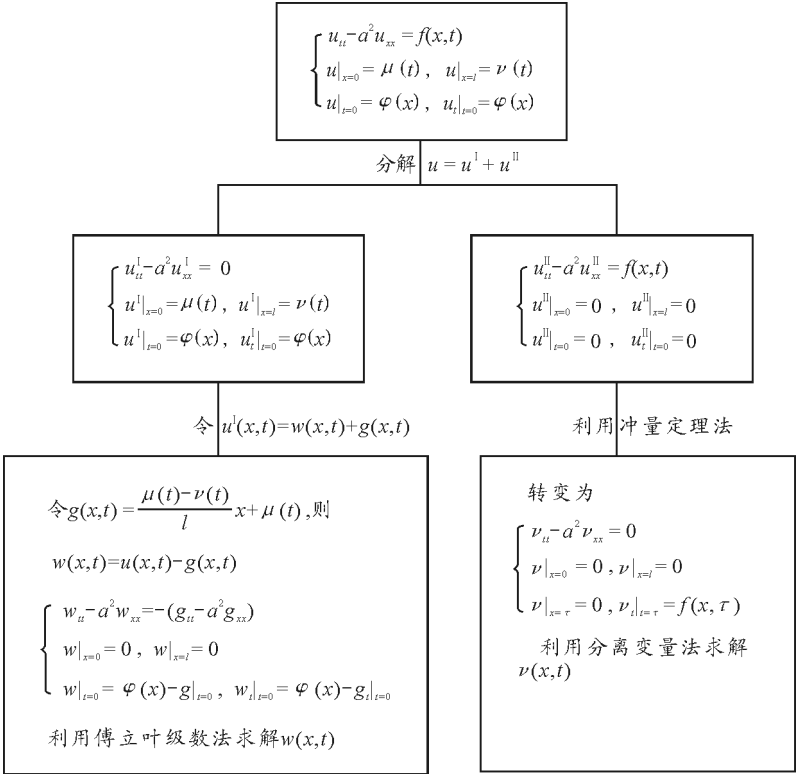


图 6 数学物理方程求解知识结构图

2.2 二阶常微分方程的求解

数学物理方程中定解问题的求解,在求解泛定方程的过程中很多定解问题都涉及到二阶常微分方程的求解,一般的二阶常微分方程求解在高等数学中已经学习过,在该部分出现比较多的是欧拉方程和施图姆-刘维尔本征值问题,这两个问题是求解泛定方程必须要解决的问题。

2.2.1 欧拉方程

欧拉方程式为

$$a_1 x^2 y''(x) + a_2 x y'(x) + a_3 y(x) = 0$$

其中 a_1, a_2 和 a_3 为常数,且 $a_1 \neq 0$. 欧拉方程的求解

通常是令

$$x = e^t$$

然后将变系数常微分方程转化为常系数二阶微分方程

$$a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + (a_2 - a_1) \frac{dy}{dt} + a_3 y = 0$$

求解.

2.2.2 施图姆-刘维尔本征值问题

在求解数学物理定解问题(波动问题、输运问题以及稳定场问题)的过程中,这些问题在求解过程中都涉及到施图姆-刘维尔本征值问题,关于这类问题的归纳主要如表 1 所示。

表 1 施图姆-刘维尔本征值问题知识结构

a	b	$k(x)$	$q(x)$	$\rho(x)$	本征值问题	求解方法
0	L	1	0	1	$y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(L) = 0$	令 $y = e^{ix}$ 求解
0	L	1	0	1	$y'' + \lambda y = 0, y(x + L) = y(x)$	
-1	1	$1 - x^2$	0	1	$[(1 - x^2)y']' + \lambda y = 0,$ $y(\pm 1) < \infty$	级数解法
0	b	x	$\frac{m^2}{x}$	x	$[xy']' - \frac{m^2}{x}y + \lambda xy = 0,$ $y(0) < \infty, y(b) = 0$	

注:施图姆-刘维尔本征值问题:

$$[k(x)y'(x)]' - q(x)y(x) + \lambda \rho(x)y(x) = 0, x \in [a, b]$$

求解方法依据参数而定.

3 结 论

数学物理方法是物理类专业一门重要的承上启下的核心课程.合适的教学方法是高等教育发展一直推行的举措,其中最基本的是对课程内容的把握.根据数学物理方法课程的特点以及教学实践中的体会,本文主要针对学生难以掌握的知识点采用知识结构图的方法,将复杂知识点分解为一系列简单知识点来理解,进而找出其中需要掌握的关键知识点,以此帮助学生提高学习效率.

参 考 文 献

1 梁昆森. 数学物理方法(第 4 版)[M]. 北京:高等教育出版社,2010

2 吴崇试,高春媛. 数学物理方法(第 3 版)[M]. 北京:北京大学出版社,2019

3 姚端正,梁家宝. 数学物理方法(第 3 版)[M]. 北京:科学出版社,2019

4 教高[2019]6 号. 教育部关于深化本科教育教学改革全面提高人才培养质量的意见[EB/OL]. [http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191011_402759.html? from = timeline&isappinstalled = 0](http://www.moe.gov.cn/srcsite/A08/s7056/201910/t20191011_402759.html?from=timeline&isappinstalled=0)

5 吴建成,吴健康,王平心. 基于问题导向学习的本硕课程衔接教学方法研究——以《数学物理方程》为例[J]. 高教学刊,2019(2):94 ~ 96

6 余招贤. 数学物理方法与理论物理专业课程的融合衔接性研究[J]. 教育教学论坛, 2020(46):290 ~ 292

7 邹世乾. 数学物理方法教学的思考与探讨[J]. 安顺学院学报,2013,15(4):113 ~ 114

8 喻远琴,陈寿万. 新形势下数学物理方法教学模式改革探索[J]. 合肥工业大学学报(社会科学版),2013,27(5):129 ~ 132

9 郭福强. 数学物理方法教学及考核方式改革的探讨[J]. 昌吉学院学报,2015(1):86 ~ 88

10 李林锐. 提高数学物理方法课程教学质量的思考[J]. 高师理科学刊,2015(8):35

11 长龙,孙艳军,娜仁. 数学物理方程教学方法探讨[J]. 内蒙古财经大学学报,2017,15(6):120 ~ 122

12 孙杰宝,吴勃英,郭志昌. “数学物理方程”课程教学方法改革研究[J]. 数学学习与研究,2017(13):21 ~ 23

13 白龙,陈雷鸣. 如何在快速发展的社会环境下教授《数学物理方法》[J]. 教育教学论坛,2017(33):92 ~ 93

14 吴波,周庭艳,黄海深,等. 以微课资源库开发为基础的《数学物理方法》翻转课堂教学模式改革及实践[J]. 遵义师范学院学报,2019,21(5):124 ~ 128

15 杨韵桐,吕秀丽,牟海维,等. 专业认证背景下数学物理方法课程教学设计研究[J]. 黑龙江科学,2020,11(15):20 ~ 21

16 杨明,王小六.《数学物理方法》课程教改的探索与实践[J]. 大学数学,2021,37(1):18 ~ 21