

空气的浮力与不连续性 对密立根油滴实验测量值影响的定量分析

刘宇飞

(桂林理工大学理学院 广西 桂林 541008)

刘小良

(中南大学物理与电子学院 湖南 长沙 410083)

(收稿日期:2022-01-12)

摘要:密立根油滴实验通过测定带电油滴所带的电荷量来测定基本电荷的电荷量,并验证电荷的量子化效应.为了实验的方便,一些常用实验方法中将油滴所受空气浮力忽略,甚至忽略空气的不连续性对空气粘滞系数的影响,导致了测量结果的系统误差.基于静态法,定量讨论空气浮力及其不连续性对油滴电荷量测量结果的影响,发现忽略空气浮力所产生的相对误差不超过 0.1%,而忽略空气的不连续性所产生的相对误差可以超过 15%.因此,在实验中必须考虑空气的不连续性对空气的粘滞系数的影响,从而提高油滴带电荷量测量的精度.

关键词:密立根油滴实验 油滴带电荷量 空气浮力 空气不连续性 系统误差

密立根油滴实验最先是由美国的物理学家密立根(R. A. Millikan)设计出来的,用以测定基本电荷的电荷量并证实电荷的量子化现象^[1].实验中先测量出大量带电油滴所带的电荷量值,然后采用逐

差法或作图法计算出基本电荷的电荷量,或者说电子的电荷量^[2~4].此外,随着基本电荷电荷量测量精度的大大提高,已经得到公认的基本电荷的电荷量值为 $e = (1.602\ 177\ 33 \pm 0.000\ 000\ 49) \times 10^{-19}\text{ C}$ ^[5],

16 黄文奇,杨虹,曾浩铭,等.光电传感实验教学与大学生创新实践[C].第六届全国高等学校物理实验教学研讨

会,2010.389~391

Exploration on Ideological and Political Education of Curriculum and Innovation Education of University Physics Experiment Course ——Taking Photoelectric Sensor Experiment as an Example

Huang Wenqi

(School of Applied Science, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100101)

Yu Yan

(School of Marxism Studies, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192)

Abstract: The physical experiment is the key course when carrying out ideological and political construction in colleges and universities. Experimental course of photoelectric sensor contains rich ideological and political elements which are suitable for carrying out ideological and political education. In this paper, the scientific spirits, ideas and dialectics principles of photoelectric sensor experiments are elaborated in detail. In addition, the way of how to implement innovative experiments is elaborated to achieve the goal of 360-degree model of education.

Key words: experimental course of photoelectric sensor; curriculum ideological and political education; education of innovation

目前,许多大学物理实验教学中,倒验法也被普遍使用^[6,7].测量油滴所带的电荷量有两种基本方法:一种是动态法,首先测出带电油滴在未加外场时在空气中匀速下落的速度,然后测量外加适当与重力相反的电场力时带电油滴匀速上升的速度,最后再由力的平衡方程得出带电油滴的电荷量;另一种方法是静态法,也叫平衡法,首先外加一个适当的电场力与带电油滴的重力平衡,然后撤除电场力使油滴在重力和空气对它的粘滞阻力下达到匀速下落状态,测出其匀速下落速度,最后根据力的平衡方程得到油滴的带电荷量^[8~10].相对来说静态测量法原理简单,操作比较容易,数据处理方便,因此,成为大学物理实验中常选的实验方法,本论文的讨论主要是基于静态测量法.为了实验的方便,一些常用实验方法中常将油滴所受空气浮力忽略,甚至忽略空气的不连续性对空气粘滞系数的影响,这样就导致了测量结果的系统误差,已经有部分文献对此有过定性或不同程度的定量分析^[11,12],但仍然存在促进其严谨性空间.本文将从理论上严格推导空气浮力与空气的不连续性对油滴带电荷量的影响,并量化不计空气浮力与空气的不连续性对测量结果造成的相对误差.

1 不计空气浮力与不连续性时油滴的电荷量

在忽略空气浮力与空气的不连续性前提下,静态测量法获取带电油滴的处理过程可以简述如下.

调节油滴盒两极板之间的电压,使油滴处于平衡状态,可得到平衡方程

$$q \frac{U}{d} = mg \quad (1)$$

其中 q, U, d, m 和 g 分别是油滴电荷量、极板之间的电势差、极板之间的距离、油滴质量和重力加速度.要获得油滴电荷量需要获取油滴的质量,然而此处油滴的质量太小,无法用天平等直接方法称量,需要采用间接的方法获得.

考虑到在表面张力作用下,油滴呈现为球体状,可以将油滴的质量表达为如下形式

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \quad (2)$$

其中 ρ 和 r 分别是油滴的质量密度和油滴的半径.

为了获得油滴的半径值,关闭加在油滴盒两极板之间的电压,此时油滴在重力作用下首先呈加速下落,然后会受到一个大小与油滴下落速度成正比的空气的粘滞阻力,最后油滴的受力达到平衡后会呈匀速下落状态.根据斯托克斯定律,可以写出该状态下的平衡方程

$$6\pi r \eta v = mg \quad (3)$$

其中 η 为空气的粘滞系数, v 为油滴匀速下落时的速度.

联立式(1)~(3),可将油滴的电荷量表述为

$$q = \frac{18\pi d}{U} (2\rho g)^{-\frac{1}{2}} (\eta v)^{\frac{3}{2}} \quad (4)$$

2 不计空气浮力与不连续性时油滴的电荷量测量结果的误差分析

2.1 空气浮力对实验结果的影响

由于该实验是在大气环境下进行的,油滴必然会受到空气浮力的作用,上述平衡方程(1)和(3)必须考虑油滴所受的空气浮力

$$f = \frac{\rho'}{\rho} mg \quad (5)$$

其中 ρ' 为空气的质量密度.容易得到,当计入空气对油滴的浮力时,式(4)中的 ρ 需要修正为 $\rho - \rho'$,即计入空气浮力前后 ρ 的增量为 $\Delta\rho = -\rho'$,于是由式(4)的微分,可以得到 q 的增量

$$\Delta q = \frac{9\pi d}{U} (2\rho g)^{-\frac{1}{2}} (\eta v)^{\frac{3}{2}} \rho^{-1} \rho' \quad (6)$$

该项为正值,可以得出,不计空气浮力时得到的油滴电荷量有所低估,其相对误差为 $\frac{\Delta q}{q} = \frac{\rho'}{2\rho}$,若取油滴的密度为 $\rho = 981 \text{ kg/m}^3$,而标准状态下空气的密度为 $\rho' = 1.29 \text{ kg/m}^3$,可得到忽略空气对油滴的浮力时所产生的相对误差不超过 0.1%,所以对于质量稍微大点的带电油滴,忽略其所受的浮力对实验结果几乎没有影响.

2.2 空气的不连续性对实验结果的影响

当将空气视为连续均匀介质时,空气的粘滞系数为常数,由方程(2)、(3)可得出油滴的半径表

达式

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2\rho g}} \quad (7)$$

由于油滴的半径非常接近于常温下空气分子的平均自由程,此时的空气不能视为连续均匀介质,其粘滞系数需要修正为

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}} \quad (8)$$

其中 p 为空气压强, b 为修正系数. 将修正后的粘滞系数取代方程(3)中的粘滞系数,再和式(1)、(2)联立可得到油滴的半径和油滴带电荷量为

$$r = -\frac{b}{2p} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{\rho g}} \quad (9)$$

$$q = \frac{4\pi\rho g d}{3U} \left[-\frac{b}{2p} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{\rho g}} \right]^3 \quad (10)$$

由式(10)容易看出,当忽略空气的不连续性时,相当于其中的修正系数 b 取 0 值,式(10)即转化为式(4). 当计入空气的不连续性时, b 的增量为

$$\Delta b = b - 0 = b$$

由式(10)的微分,可以得到 q 的增量

$$\Delta q = \frac{2\pi\rho g d}{U} \left[-\frac{b}{2p} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{\rho g}} \right]^2 \cdot \left[-\frac{1}{p} + \frac{b}{p^2} \left(\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{\rho g} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] b \quad (11)$$

对应的相对误差为

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{3}{2} \left[-\frac{b}{2p} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{\rho g}} \right]^{-1} \cdot \left[-\frac{1}{p} + \frac{b}{p^2} \left(\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{\rho g} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] b \quad (12)$$

已知油滴的密度以及其他各参数值分别为

$$\rho = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$b = 8.22 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}$$

$$g = 9.79 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

而油滴的匀速下落速度基于实验测量结果,这里可以取

$$v = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

将全部参数代入式(11),可以得到 Δq 为负值,意味着若不考虑空气的不连续性时将高估油滴的带电荷

量,并且可以计算出此时的相对误差约为 15.2%,因此,为了提高实验的精度,在测量油滴的带电荷量时必须考虑空气的不连续性的影响,需要对空气的粘滞系数进行修正.

鉴于式(10)处理起来有点困难,比较方便的处理方法是将修正后的粘滞系数式(8)代入式(4)得

$$q = \frac{18\pi d}{U} (2\rho g)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\eta}{1 + pr} v \right)^{\frac{3}{2}} \quad (13)$$

并且在数据处理时,将油滴的半径 r 用式(7)代入.

可以证明这种处理方法对由于空气的不连续性引起的系统误差的消除上,与采用式(10)有几乎等价的效果. 由式(4)和(13),可得

$$\Delta q = \frac{18\pi d}{U} (2\rho g)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\eta}{1 + pr} v \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{18\pi d}{U} (2\rho g)^{-\frac{1}{2}} (\eta v)^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

于是有

$$\frac{\Delta q}{q} = \left(\frac{1}{1 + pr} \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \quad (15)$$

将已知参数代入后可以得到该相对误差值约为 12%,与基于式(10)得到的 15.2% 比较接近,已经基本包含了空气的不连续性对油滴电荷量的影响.

如果同时考虑空气的浮力与空气的不连续性,则油滴带电荷量的精确表达式可写为

$$q = \frac{4\pi(\rho - \rho')gd}{3U} \cdot \left[-\frac{b}{2p} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{b^2}{p^2} + \frac{18\eta v}{(\rho - \rho')g}} \right]^3 \quad (16)$$

该式可以充分消除油滴电荷量测量值中因浮力和空气的不连续性所导致的系统误差. 相应地,油滴电荷量的近似表达式(13)可以修正为

$$q = \frac{18\pi d}{U} [2(\rho - \rho')g]^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\eta}{1 + pr} v \right)^{\frac{3}{2}} \quad (17)$$

3 结束语

在密立根油滴实验中,如果不计入空气浮力和空气的不连续性,会对油滴带电荷量的测量结果产生系统误差. 在典型参数设置之下,可以发现,忽略空气浮力产生的相对误差不超过 0.1%,对实验结果的影响是比较微小的,所以无论在静态法还是动

态法中,都可以忽略油滴所受的空气浮力.然而当忽略空气的不连续性、不均匀性时,产生的相对误差可以达到15.2%,导致测量结果有大的偏离,因此,在实验中必须考虑空气的不连续性对空气的粘滞系数的影响,从而提高油滴带电荷量测量的精度.

参考文献

1

Millikan R A. The Isolation of an Ion, a Precision Measurement of its Charge, and the Correction of Stokes's Law[J]. Phys Rev. (Series D), 1911, 32(4): 349 ~ 397

2

于光辉. 油滴实验的数据处理方法[J]. 大学物理, 1995, 14(10): 31 ~ 32

3

何长英,张桂刚. 基于演化算法求解电子电荷量 e 的值[J]. 大学物理, 2005, 24(5): 50 ~ 52

4

陈晓. 密立根油滴实验的探究性数据处理方案[J]. 大学物理实验, 2013, 26(2): 88 ~ 90

5

胡其图. 物理实验教程[M]. 北京: 气象出版社, 1999. 205 ~ 207

6

秦艳芳. 大学物理实验[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012. 172 ~ 173

7

郭献章,穆松梅,张家生. 大学物理实验[M]. 北京: 科学出版社, 2015. 158 ~ 159

8

徐富新,孔德明. 大学物理实验[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2013. 384 ~ 391

9

金清理. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2012. 216 ~ 217

10

方利广,钟双英,郑军,等. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2015. 257 ~ 258

11

董键,崔秀芝. 有效数字,误差分析与实验条件的选择[J]. 大学物理, 2007, 26(8): 39 ~ 41

12

董键. 密立根油滴实验再认识[J]. 大学物理, 2021, 40(2): 36 ~ 41

Quantitative Analysis on the Influence of Air Buoyancy and Discontinuity on the Measured Value of Millikan Oil Drop Experiment

Liu Yufei

(School of Science, Guilin University of Technology, Guilin, Guangxi 541008)

Liu Xiaoliang

(School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha, Hunan 410083)

Abstract: The Millikan oil drop experiment can determine the basic charge by measuring the amount of electricity carried by the charged oil drop, and verify the quantization effect of the charge. For the convenience of the experiment, some common experimental methods ignore the air buoyancy of the oil droplet, or even ignore the influence of the discontinuity of air on the air viscosity coefficient, which leads to the systematic error of the measurement result. Based on the static method, in this work we quantitatively discuss the effect of air buoyancy and its discontinuity on the measurement results of the oil droplet electricity. It is found that the relative error caused by ignoring the air buoyancy does not exceed 0.1%, and the one caused by ignoring the air discontinuity can be more than 15%. Therefore, the influence of the discontinuity of the air on the viscosity coefficient of the air must be considered in the experiment, so as to improve the accuracy of the measurement of the charge amount of the oil droplets.

Key words: Millikan oil drop experiment; charge of oil drop; air buoyancy; discontinuity of air; systematic error