

# 基于 GeoGebra 软件的有界磁场临界问题的可视化教学\*

元 瑶 高丽宇 乐露露 谷程鹏 廖湘萍

(湖南工业大学理学院 湖南 株洲 412007)

王诗龙

(株洲市第八中学 湖南 株洲 412000)

(收稿日期:2022-03-13)

**摘要:**带电粒子在有界磁场中运动的临界问题是高考热点,也是教学难点.以“带电粒子在有界磁场中运动的临界问题”习题教学为例,运用 GeoGebra 软件模拟带电粒子在不同边界匀强磁场中的运动,将带电粒子抽象的运动过程可视化.通过帮助学生建立清晰的物理动态过程,从而减小习题教学中学生的理解难度和教师的教学难度.

**关键词:**GeoGebra 有界磁场 临界问题 带电粒子 可视化

## 1 引言

在物理学习过程中,常常会遇到一个物理现象向另一个物理现象转变时,存在一个分界现象,通常将物体这时所处的状态称为临界状态<sup>[1]</sup>.带电粒子在有界磁场中运动的临界问题是高中物理教学的重点和难点.

从思维逻辑的角度分析,带电粒子的运动较为复杂,运动轨迹随着磁场大小、粒子的入射速度、入射方向的改变而改变,再加上有界磁场下粒子运动的临界条件的限制,学生需要有较强的逻辑思维能力和较好的空间想象力才能得出带电粒子运动的变化规律,并绘制出满足临界条件的运动轨迹.

从数学方法的运用角度分析,此考点的难点在于,带电粒子进入设定的有界磁场后只运动一段圆弧就飞出磁场边界,其轨迹不是完整的圆<sup>[2]</sup>.学生除了需要掌握如何求得洛伦兹力的大小,还需要能根据几何关系结合三角函数找到轨迹圆的圆心,求得轨迹圆的半径,对学生的数学水平有一定的要求.

利用 GeoGebra 对带电粒子进行轨迹追踪,使

其运动状态宛然如目,大大降低学生理解带电粒子在匀强磁场中运动规律的难度,帮助学生发现满足临界条件的粒子运动轨迹.同时能够加强学生对物理模型的理解与运用,提高学生对基础问题的理解能力,培养其由简入难掌握此类问题的要领和处理此类问题的能力<sup>[3]</sup>.

笔者以“带电粒子在有界磁场中运动的临界问题”习题教学为例,将抽象带电粒子的运动过程以动态的形式呈现在学生面前,高效地帮助学生理解物理过程、构建物理模型,提升学生将抽象问题形象化的能力.

## 2 习题可视化教学设计思路

有界磁场临界问题的临界条件通常以限定词的方式给出,如“恰好射出”“运动时间最长”“垂直某边界射出”“平行某边界射出”“与水平方向呈某角度射出”等.教师需要帮助学生完成物理情景的再现,感受粒子轨迹动态变化的过程,并根据临界条件,找到符合要求的轨迹,最后结合数学几何关系和相关物理知识解题.习题教学的设计思路如图1所示.

\* 湖南省普通高等学校教学改革项目,项目编号:HNJG-2021-0727;株洲市教育科学“十四五”规划课题,项目编号:ZJGH21-169;湖南省大学生创新训练项目,项目编号:湘教通[2021]197-3026

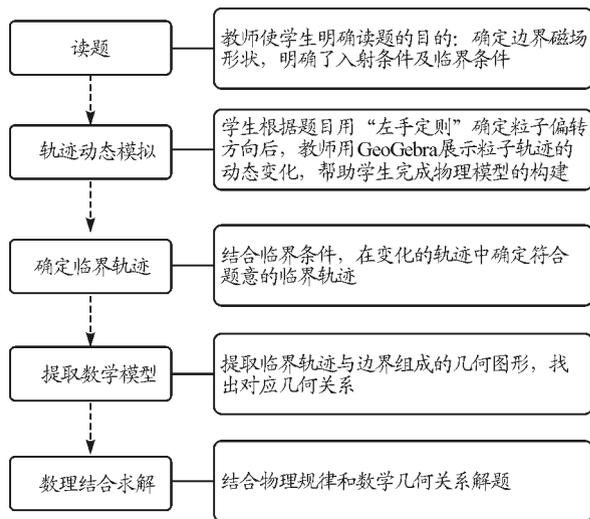


图 1 教学设计思路图

### 3 双直线边界磁场临界问题

**【例 1】**两块长为  $L$ , 相距  $L$  的板间存在垂直纸面向里的匀强磁场, 一电荷量为  $-q$ , 质量为  $m$  的带电粒子以速度  $v_0$  从两板中间  $R$  点处平行于板射入, 若使粒子最终可飞出磁场, 求磁感应强度  $B$  的取值范围.

**读题:** 学生读题可得到磁场为垂直纸面向里的双边界磁场, 带负电的粒子在  $R$  点处平行于板以速度  $v_0$  射入. 问粒子能射出磁场时  $B$  的取值范围.

**轨迹动态模拟:** 学生根据“左手定则”判断出粒子的偏转方向, 并且推测当  $B$  值发生改变时, 粒子轨迹会呈现怎样的变化. 之后, 教师运用 GeoGebra 展示带电粒子在磁场中的轨迹随磁场大小变化而变化的动态过程, 如图 2 所示.

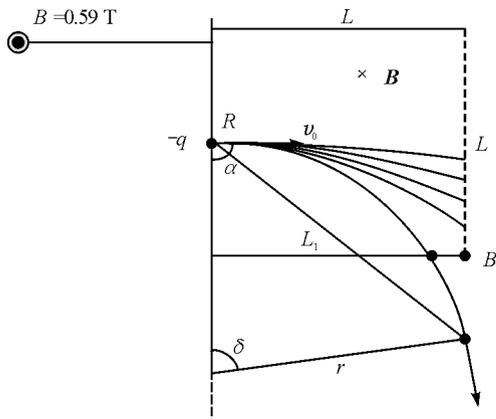


图 2 轨迹动态变化图

**确定临界轨迹:** 学生通过对粒子轨迹动态变化

过程的观察可发现, 当  $B$  值增大时射出点向下移动, 当  $B$  值减小时射出点向上移动. 当轨迹与磁场下边界最右端  $B$  点相交时便是临界状态.

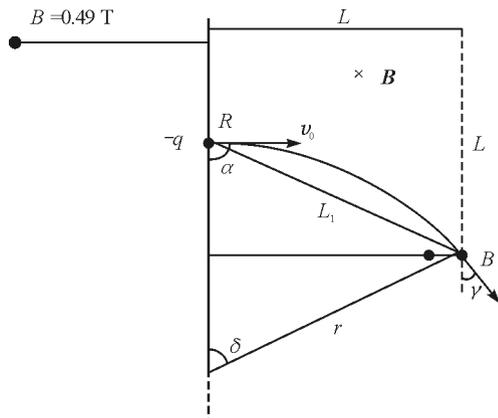


图 3 临界状态轨迹图

**提取数学模型:** 如图 4 所示, 线段  $RB$  是完整轨迹圆的弦. 根据几何关系, 圆心应是  $RB$  的中垂线与速度方向垂线的交点.

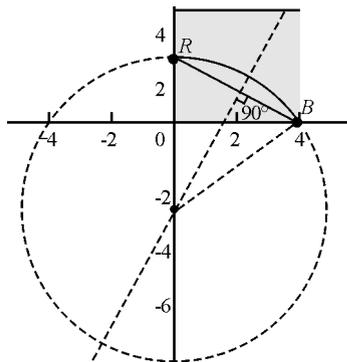


图 4 临界轨迹数学模型图

**数理结合求解:** 根据几何关系可知

$$r^2 = L^2 + \left(r - \frac{L}{2}\right)^2 \quad (1)$$

由洛伦兹力提供向心力可知

$$qv_0 B = m \frac{v_0^2}{r} \quad (2)$$

联立式(1)、(2)解得:  $B = \frac{4mv_0}{5qL}$ ; 当  $B = \frac{4mv_0}{5qL}$  时, 粒子从  $B$  点恰好射出磁场; 当  $B < \frac{4mv_0}{5qL}$  时, 粒子都能从磁场射出; 当  $B > \frac{4mv_0}{5qL}$  时, 粒子打在下边界, 无法射出磁场. 所以使粒子飞出磁场, 磁感应强度  $B$  的取值范围为  $B \leq \frac{4mv_0}{5qL}$ .

### 4 矩形磁场临界问题

**【例 2】**如图 5 所示,长宽分别为  $d$  和  $2d$  的矩形  $ABCD$  区域内,存在大小为  $B$  的垂直矩形面向里的匀强磁场.若在  $AB$  边中点处,可发射如图 5 所示沿  $AB$  方向和垂直于  $AB$  方向不同速率的粒子.粒子质量为  $m$ ,电荷量为  $+q$ ,不计粒子的重力及粒子间的相互作用力.分别求出从  $CD, BC, AD, AB$  边射出时粒子的速率取值范围.

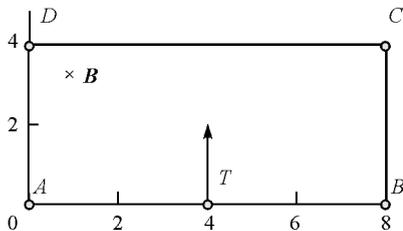
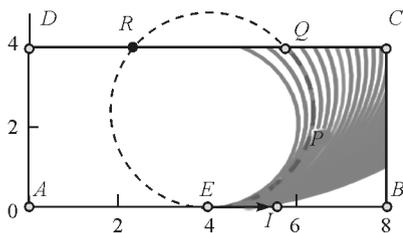


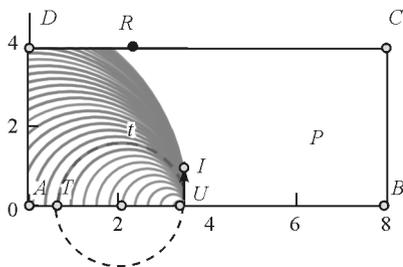
图 5 矩形磁场示意图

**读题:**学生读题可得到的信息为:已知长和宽的垂直向里的矩形磁场,带电荷量为  $+q$  的粒子在  $AB$  中点可沿垂直  $AB$  和平行  $AB$  两个方向射入磁场.求从各边界射出时粒子速率的取值范围.

**轨迹动态模拟:**学生根据“左手定则”判断由两个方向射入的粒子的轨迹偏转方向,并推测粒子运动轨迹随速度大小变化而变化的动态过程.之后,教师用 GeoGebra 展示速度变化时粒子轨迹的动态变化过程.



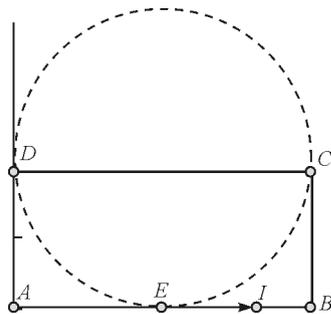
(a) 平行  $AB$  射入



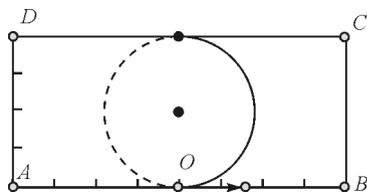
(b) 垂直  $AB$  射入

图 6 粒子的动态轨迹图

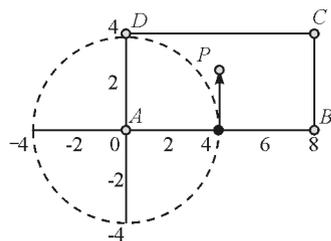
态变化的过程中可发现,两个方向射出的粒子,其射出点都随速度的增大朝顺时针方向运动.只有沿  $AB$  射入的粒子才可能打到  $BC$  边界上,临界状态是恰好打到  $C$  点.只有垂直  $AB$  射入的粒子才可能打到  $AD$  边界上,临界状态是粒子恰好打到  $A$  点和恰好打到  $D$  点.只有垂直  $AB$  射入的粒子才能打到  $AB$  边界上,临界状态是粒子恰好打到  $A$  点.两方向射入的粒子都可能从  $CD$  边界射出,若粒子沿  $AB$  方向射入,临界状态是粒子恰好打到  $C$  点和轨迹圆刚好与  $CD$  相切.若粒子垂直于  $AB$  方向射入,临界状态是粒子恰好打在  $D$  点.不同临界状态轨迹如图 7 所示.



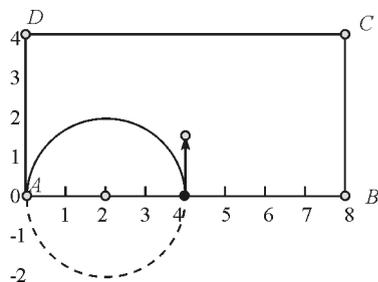
(a) 粒子恰好打到  $C$  点



(b) 粒子恰好与  $DC$  边相切



(c) 粒子恰好打到  $D$  点



(d) 粒子恰好打到  $A$  点

图 7 不同临界状态轨迹图

**确定临界轨迹:**如图 6 所示,学生在观察轨迹动

**提取数学模型:** 确定粒子恰好打到  $C, D, A$  点和轨迹与  $DC$  相切时的情况, 利用 GeoGebra 提取临界轨迹和边界组合成的数学图形, 如图 8 所示.

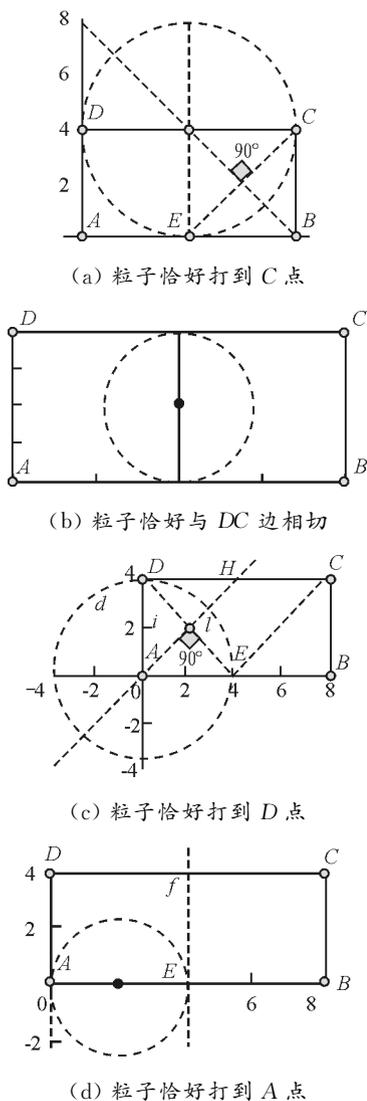


图 8 不同临界状态的数学模型图

**数理结合求解:** 由几何关系可知, 粒子在  $C, D$  射出时, 轨迹圆半径为  $d$ . 当粒子轨迹恰好与  $DC$  相切或恰好从  $A$  点射出时, 其轨迹半径为  $\frac{d}{2}$ .

由洛伦兹力提供向心力

$$qv_0 B = m \frac{v_0^2}{r} \quad (3)$$

解得

$$v_0 = \frac{qBr}{m}$$

结合射出点随速度大小变化的规律可得: 当粒子垂直于  $AB$  射入, 若

$$v_0 \leq \frac{qBd}{2m}$$

则粒子从  $AB$  边射出; 若

$$\frac{qBd}{2m} \leq v_0 \leq \frac{qBd}{m}$$

则粒子从  $AD$  射出; 若

$$v_0 \geq \frac{qBd}{m}$$

则粒子从  $CD$  射出; 当粒子沿  $AB$  方向射入, 若

$$v_0 \geq \frac{qBd}{2m}$$

则粒子可从  $BC$  射出; 若

$$\frac{qBd}{2m} \leq v_0 \leq \frac{qBd}{m}$$

则粒子从  $CD$  射出.

### 5 三角形边界磁场临界问题

**【例 3】** 在等腰直角三角形  $ACB$  中有垂直纸面向外的匀强磁场. 若质量为  $m$ 、带电荷量为  $+q$  的粒子垂直  $AC$  方向以速度  $v$  射入磁场, 且垂直  $CB$  射出时的粒子在磁场中运动的时间最长. 不计粒子重力和粒子间的相互作用, 求  $AC$  的边长、粒子运动的最长时间.

**读题:** 学生通过读题可得到的信息为等腰直角三角形且垂直向外的磁场、带电荷量  $+q$  的粒子垂直  $AC$  射入、垂直  $CB$  射出的粒子运动时间最长. 求  $AC$  长度、粒子运动最长时间.

**轨迹动态模拟:** 学生根据“左手定则”判断出粒子轨迹的偏转方向, 推测粒子射点在  $AC$  上变化时其轨迹的变化. 之后, 教师利用 GeoGebra 向学生展示入射点改变时轨迹的动态变化过程, 如图 9 所示.

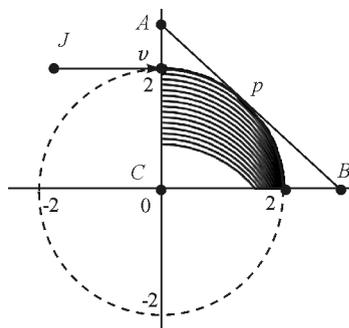


图 9 不同入射点的粒子轨迹图

**确定临界轨迹:**通过轨迹动态变化过程的观察,学生可发现当粒子轨迹与  $AB$  相切,且轨迹圆圆心与三角形顶点  $C$  重合时,垂直  $CB$  边射出的粒子满足运动时间最长的条件,如图 10 所示.

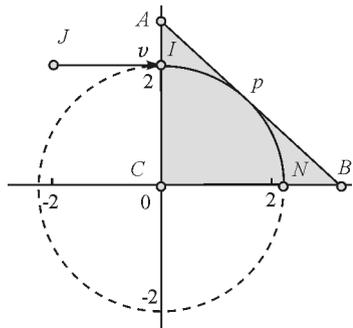


图 10 临界状态的粒子轨迹图

**提取数学模型:**临界轨迹与  $AB$  相切,连接圆心  $O$  与切点  $P$ ,则有  $OP \perp AB$ ,如图 11 所示.

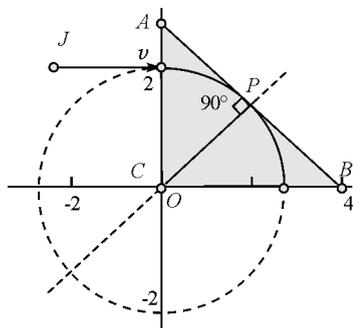


图 11 临界轨迹数学模型图

**数理结合求解:**由几何关系可知

$$AC \sin 45^\circ = r \tag{4}$$

由洛伦兹力提供向心力

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \tag{5}$$

联立式(4)、(5)可得

$$AC = \frac{\sqrt{2}mv}{qB}$$

由

$$T = \frac{2\pi r}{v} \tag{6}$$

因为圆心角为  $90^\circ$ ,所以

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi m}{2qB}$$

## 6 圆型边界磁场临界问题

**【例 4】**有一个半径为  $R$  的圆形匀强磁场,磁感应强度为  $B$ ,方向垂直纸面向里. $AC$  为圆的直径, $O$

为圆心.当带正电的粒子以速度  $v$  与  $AC$  呈  $45^\circ$  从  $C$  点射入时,恰好从  $A$  点沿水平方向射出.不计重力,求该粒子的比荷、轨迹圆的半径、粒子在磁场中运动的时间.

**读题:**学生读题可知,半径已知的垂直向里的圆形磁场,带正电粒子以速度  $v$  与  $AC$  呈  $45^\circ$  射入,水平方向射出,求比荷、轨迹圆半径和在磁场中的运动时间.

**轨迹动态模拟:**学生根据“左手定则”判断粒子的轨迹偏转方向,并推测改变粒子的入射速度,粒子轨迹将如何变化.之后,教师用 GeoGebra 模拟轨迹随速度变化的动态变化过程,如图 12 所示.

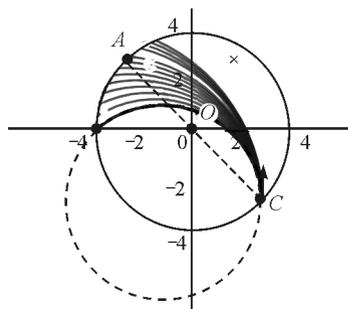


图 12 不同速度下粒子的动态轨迹图

**确定临界轨迹:**在动态变化的轨迹中发现以  $45^\circ$  角入射时射出点随  $v$  增大沿顺时针方向运动,但在  $A$  点水平射出的轨迹只有一条,如图 13 所示.

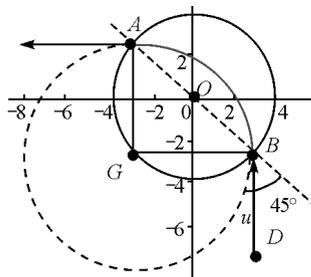


图 13 临界状态轨迹图

**抽离数学模型:**作出粒子射入方向和射出方向的垂线,交点  $G$  为轨迹圆圆心,如图 14 所示.

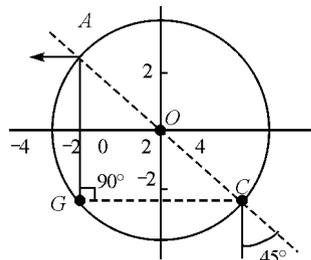


图 14 临界轨迹数学模型图

**数理结合求解:**由几何关系可知圆心角为  $90^\circ$ . 轨迹半径  $r$  与磁场半径  $R$  的关系为

$$(\sqrt{2}r)^2 = (2R)^2 \quad (7)$$

由洛伦兹力提供向心力

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (8)$$

联立式(7)、(8)可得

$$r = \sqrt{2}R \frac{q}{m} = \frac{\sqrt{2}v}{2BR}$$

由

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (9)$$

因为圆心角为  $90^\circ$ , 所以

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\sqrt{2}\pi R}{2v}$$

## 7 结束语

利用 GeoGebra 软件强大的动态画板功能, 将

(上接第 28 页)

情境在学生学习中占的比重. 培养学生合作设计实验方案的能力, 对于实验方案的可行性和有效性能够进行自主评价.

(2) 教师要熟悉培养学生思维的方法

首先, 应该加强教师的认识, 让教师认识到学生物理思维培养的重要性.

其次, 教师要学会培养学生思维的方法, 具有进行物理高阶思维能力培养的教育研究意识.

最后, 教师要合理地将学到的培养高阶思维能力的方法灵活运用到教育教学中<sup>[5]</sup>.

如在“自由落体运动”模型学习中, 平行班一教师所采用的真实情境让学生自主构建物理模型的方式, 如图 6 所示, 就是一个比较好的训练学生物理高阶思维的路径.

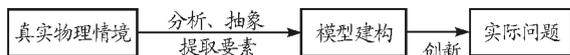


图 6 真实物理情境到问题解决

(3) 学校要有意识地培养学生创新创造能力

首先, 教师要紧跟时代发展, 时常充电, 及时更新知识, 发现课本知识在生活中的最新应用, 在日常

带电粒子在双直线边界磁场、矩形磁场、三角形边界磁场和圆型边界磁场中运动的轨迹可视化, 帮助学生完成物理情景的再现, 感受粒子轨迹动态变化的过程, 降低习题教学中学生的理解难度. 同时, 运用 GeoGebra 的几何功能, 将数学与物理紧密结合, 培养学生数理思维使其能灵活运用数学工具解决物理问题.

## 参考文献

- 1 雷闻韬. 运用临界条件解决高中带电体在磁场中运动的问题[J]. 中学教育, 2016, 46(4): 53
- 2 孟拥军. 带电粒子在磁场中运动的临界问题[J]. 物理教师, 2011, 32(5): 32 ~ 34
- 3 杨学云. 带电粒子在磁场运动的基本模型[J]. 物理教学, 2019, 41(4): 57 ~ 59

教学活动中渗透知识的迁移应用, 让学生学到更多课本知识的实际应用.

其次, 教师应该注重学生创新性思维的养成, 带领学生开展专题研究活动, 在活动中挖掘学生的创造力.

最后, 学校要多举办创新性的学生活动, 提供学生动手实践的环境, 鼓励学生利用所学知识动手制作产品, 有意培养学生发散思维和知识灵活运用能力.

## 参考文献

- 1 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版 2020年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020
- 2 钟志贤. 促进学习者高阶思维发展的教学设计假设[J]. 电化教育研究, 2004(2): 21 ~ 28
- 3 韩艳华. SOLO 视野下高中生物理思维发展能力的研究[J]. 中学物理, 2018(2): 15 ~ 17
- 4 孙宏志, 解月光, 姜玉莲, 等. 课堂教学情境下学科高阶思维的结构与发展规律——以语文学科为例[J]. 电化教育研究, 2020(6): 91 ~ 97
- 5 林勤. 物理教学中培养高中生高阶思维能力的思考[J]. 物理教学探讨, 2014(11): 1 ~ 5