

# 核心素养视角下学生科学探究能力的培养

——以悬链线问题为例

张懿萱

(杭州高级中学 浙江 杭州 310000)

(收稿日期:2022-09-06)

**摘要:**悬链线是生活中常见的物理模型,非常适合学生进行学习与探究.教师可引导学生在实验基础上发展核心素养中的科学探究能力.悬链线的能量、受力与形状问题基本涵盖了高一学生学过的力学知识,同时又可挖掘数理结合的跨学科探究.笔者与学生进行了一组核心素养视角下的悬链线问题研究背景、实验设计与探究过程.

**关键词:**悬链线;科学探究;受力分析;信息技术

悬链线是一种生活中常见的曲线,质量分布均匀的柔性细绳两端悬挂、仅在重力作用下自然悬垂,其形状就是悬链线.西湖边石柱间悬垂的铁链、江东大桥的悬索等都可看做悬链线.

新一轮的课程改革对师生提出了核心素养的要求,强调关注“生活中的物理”。“悬链线”问题源自实践,可基于此模型创设真实情境,在解决实际问题中丰富科学探究方法;可充分应用高中力学知识设置问题台阶,在学生认知冲突中培养科学探究能力;可充分利用学校现有信息技术设备,在信息化探究中提升科学探究能力;可在问题、证据、解释、交流等环节中形成科学思维,在真探究中提升科学探究素养.

本文介绍了一组核心素养视角下的悬链线问题研究背景、实验设计与探究过程,

## 1 问题由来

在本校模拟题中出现了这样的一道题目:

**【题目】**如图1是远距离输电的部分线路. A、B 两点分别为铁塔与输电线的连接点,输电线质量分布均匀,下列说法正确的是( )

A. 若 A、B 两点等高, A、B 两端点对输电线的

弹力相同

B. 若 A 点高于 B 点,输电线两端的切线与竖直方向的夹角  $\theta_A < \theta_B$

C. 若 A、B 两点等高, A、B 两端点对输电线弹力大小之和等于输电线重力

D. 由于热胀冷缩,夏季输电线与竖直方向夹角变小,两端的弹力变大

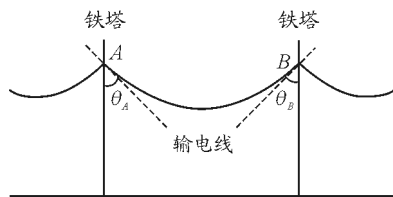


图1 题目题图

**答案:**B.

本题中,大部分学生能熟练运用弹力方向及共点力平衡的知识得出正确选项,同时学生们提出了更多发散性问题,涉及悬链线的各种特性.电线形状是抛物线吗?如果不是,它的表达式又是什么?这种曲线在生产生活中有哪些应用?选项B中,两端悬点不等高时切线夹角与什么因素有关?两端拉力差与什么有关?师生共同讨论后,将悬链线问题总结为下面的3个任务:能量、受力与形状.

## 2 实验探究

## 任务 1: 悬链线的能量.

**问题情境:** 质量均匀的悬链两端等高悬挂, 用手将悬链中点下拉至绷紧状态后(图 2), 其重心是升高了还是降低了?

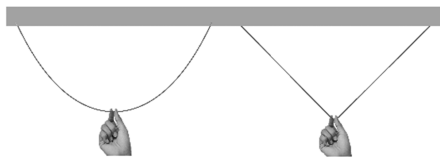


图 2 将悬链下拉至绷紧

**定性猜想:** 缓慢下拉, 悬链的动能不变; 由于手对悬链做正功, 悬链的机械能增加, 故重力势能增加, 重心升高<sup>[1]</sup>.

**实验探究:** 松手之后, 发现悬链有跳动, 说明有其他能量转化成了动能——即悬链增加的重力势能转化为动能, 之前悬链的重心升高.

**小结:** 核心素养要求学生能够根据情境对事物进行抽象概括成为物理模型, 并进行科学推理、解决实际问题. 将隐性的悬链问题转化成功能关系与能量转化问题, 充分体现了科学思维中模型建立的要求.

## 任务 2: 悬链线的受力.

**问题情境 1:** 若链条两端悬挂点不等高, 两端切线与竖直方向的夹角哪端更大? 夹角与悬链最低点到两端的长度有什么关系?

**定性猜想 1:** (1) 可采取极限法: 当 A 端远高于 B 端时, 切线夹角显然有  $\alpha < \beta$ , 其中  $\alpha$  为 A 端切线与竖直方向夹角,  $\beta$  为 B 端切线与竖直方向夹角;

(2) 由于悬链具有对称性, 与 B 等高的 C 处切线夹角相等, 则高于 C 点的 A 处夹角更小, 学生提出了 4 个猜想:

$$\frac{l_A}{l_B} \propto \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} \quad \frac{l_A}{l_B} \propto \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{l_A}{l_B} \propto \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad \frac{l_A}{l_B} \propto \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

**实验探究 1:** 将 74 个曲别针连接成一段均匀悬链(图 3), 两端系上细线悬挂在一体机前(A 端高于 B 端). 采用细线悬挂而不是直接悬挂的原因是便于测量悬链两端切线夹角. 用曲别针制作悬链的原因是便于较快得出最低点到两端的长度, 不必每次都悬链拉直后测量. 用几何画板做出测量角度的程序(图 4). 测量时, 鼠标拉动程序中 A、B 两滑杆, 使之与细线方向对齐, 从而得到悬链两端切线与竖直方向的夹角<sup>[2]</sup>(图 5).

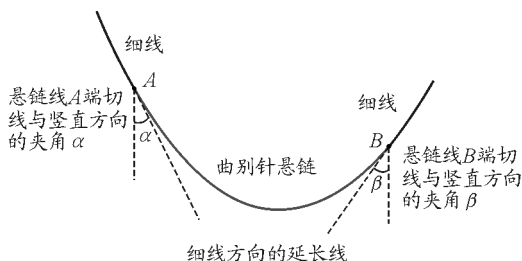


图 3 实验装置示意图

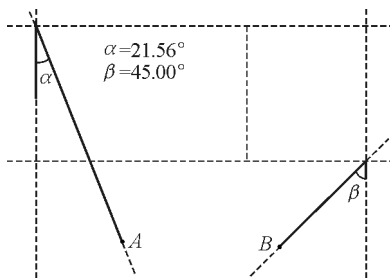


图 4 几何画板程序

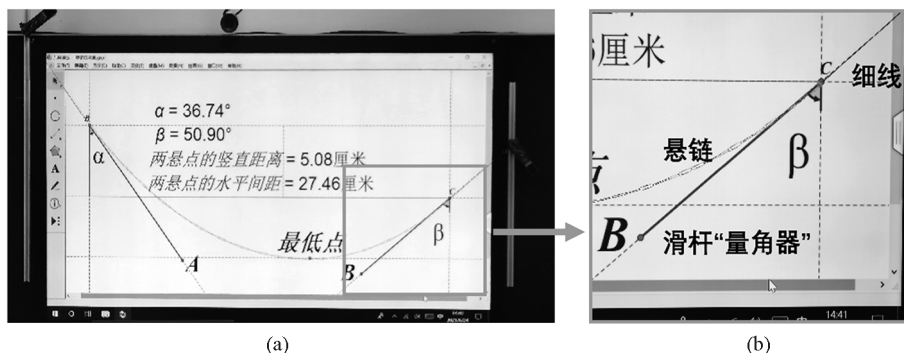


图 5 实验装置照片与局部放大

分别数出最低点到两端的曲别针个数,并测量悬链两端切线与竖直方向的夹角  $\alpha$  与  $\beta$  记录在表中(表 1)。同时,用 Excel 作出  $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\beta}{\alpha}$ 、 $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$ 、 $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ 、 $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$  等图像(图 6),只有第二项成较好的

线性关系,即验证了猜想切线夹角的正切值反比与悬链长度。

表 1 曲别针个数与悬链两端切线与竖直方向的夹角  $\alpha$  与  $\beta$  的关系

实验序号	A 端曲别针个数 $n_A$	B 端曲别针个数 $n_B$	AB 端长度之比 $l_A : l_B$	$\alpha / (^\circ)$	$\beta / (^\circ)$	$\frac{\beta}{\alpha}$	$\frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$	$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$	$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$
1	47	27	1.74	37.65	54.04	1.44	1.79	1.33	1.35
2	44	30	1.47	41.15	51.71	1.26	1.45	1.19	1.22
3	42	32	1.31	39.48	47.28	1.20	1.31	1.16	1.14
4	39	35	1.11	41.90	44.06	1.05	1.08	1.04	1.04
5	53	21	2.52	36.57	58.70	1.61	2.22	1.43	1.55
6	57	17	3.35	35.51	66.32	1.87	3.20	1.58	2.03
7	54	20	2.70	35.59	61.87	1.74	2.61	1.52	1.72
8	59	15	3.93	35.22	69.12	1.96	3.71	1.62	2.29

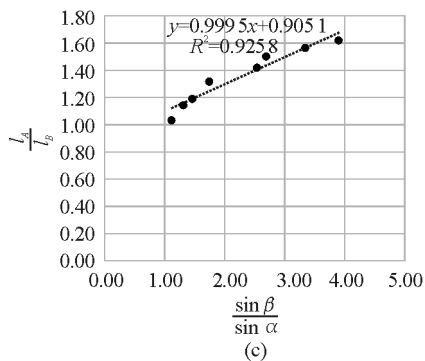
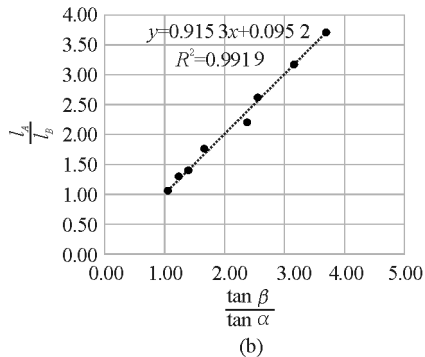
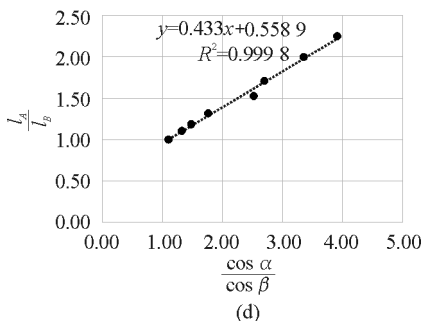
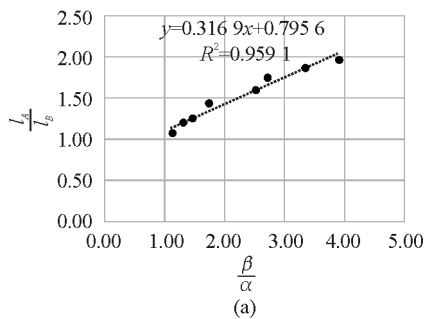


图 6  $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\beta}{\alpha}$ 、 $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$ 、 $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ 、 $\frac{l_A}{l_B} - \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$  关系图像

理论分析 1: 分别对左右两边悬链受力分析

(图 7)。

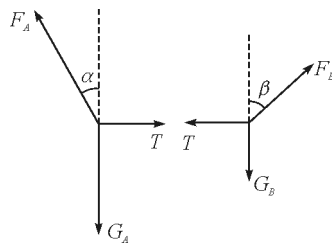


图 7 悬链两边受力分析

左右两边悬链对彼此的拉力为一对相互作用力

$$T = G_A \tan \alpha \quad T = G_B \tan \beta$$

而每侧悬链重力正比于其长度  $G \propto L$ ,故有

$$\frac{l_A}{l_B} = \frac{\tan \beta}{\tan \alpha}$$

**小结:**本探究将理论与实验有机结合,将现实问题(曲别针悬链)转化为物理模型(悬链线模型),并在新的情境中对综合性物理问题进行分析和推理,获得正确结论并作出解释.课本及常规习题中的实验结论大多是显而易见的,而本探究真实再现了实验探究的“提出问题、做出假设、设计实验、理论论证”的过程,充分体现“真探究”.除此之外,学生可以充分应用高中物理学的研究方法:如极限法、转化法(将测量质量转化为测量其长度)、整体法与隔离法等,充分体会学以致用之乐.

**问题情境 2:**若悬链两悬点不等高,两端拉力差与什么物理量有关?

**定性猜想 2:**可能与两端夹角、悬链长度、悬点水平间距、悬点高度差有关.对悬链整体受力分析(图 8),有

$$F_A \cos \alpha + F_B \cos \beta = G$$

$$F_A \sin \alpha = F_B \sin \beta$$

可解得拉力差

$$F_A - F_B = G \frac{\sin \beta - \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

然而这一关系实践意义不大,应继续探索拉力差与

高度差、悬链总长、水平间距等的关系.

**猜想:**拉力差正比于两端高度差.

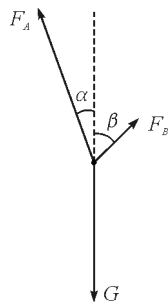


图 8 悬链整体受力分析

**实验探究 2:**仍然用细线悬挂曲别针制成的悬链(图 9 和图 10),并在细线的另一端连接力传感器.力传感器连接数显模块,可以方便地读出拉力大小,精确到 0.01 N.

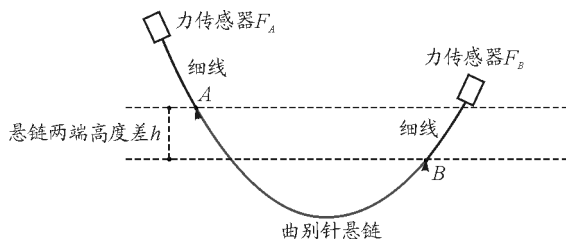


图 9 两端拉力差与高度差关系的实验装置示意图

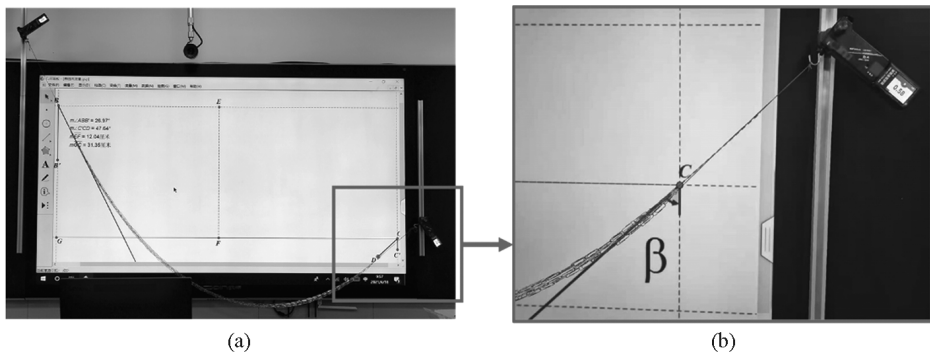


图 10 两端拉力差与高度差关系的实验装置图

预实验中,学生们发现采用一根曲别针链条时力传感器两端的拉力差只有 0.2 N 左右,测量效果不甚理想.师生讨论后得出,如果将若干根等长曲别针链共同悬挂,其形状与单链完全相同.搭建装置并用几何画板制作程序后,探究水平间距不变时,拉力差与高度差之间的关系.悬链两端连接力传感器,并改变两端高度差,记录实验数据(表 2).

表 2 水平间距不变时,拉力差与高度差之间的关系实验数据

实验序号	$h/m$	$F_A/N$	$F_B/N$	$(\Delta F = F_A - F_B)/N$
1	0.819 5	1.12	0.59	0.53
2	0.781 1	1.07	0.58	0.49
3	0.639 6	0.99	0.60	0.39
4	0.522 0	0.95	0.62	0.33
5	0.464 1	0.91	0.63	0.28
6	0.421 7	0.89	0.63	0.26

做出  $\Delta F-h$  图像(图 11),发现在误差允许范围内两者成正比. 图像的斜率又有什么意义呢?

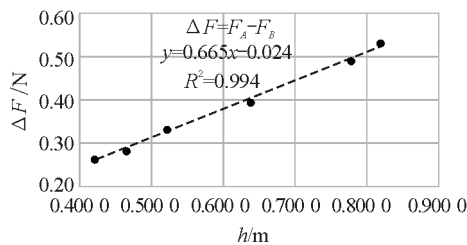


图 11  $\Delta F-h$  图像

**理论分析 2:**对于悬链,取其中某一长度为  $\Delta l$  的微元进行研究(图 12). 设这节与竖直方向的夹角为  $\theta$ , 下端拉力与上端拉力分别为  $T$  与  $T + \Delta T$ , 沿链方向上有

$$T + \Delta T = mg \cos \theta + T$$

即 
$$T + \Delta T = mg \frac{\Delta h}{\Delta l} + T$$

解得该节两端拉力差为  $mg \frac{\Delta h}{\Delta l}$ . 将这一微元积分,

解得绳子两端的拉力差为  $mg \frac{h}{l}$ . 这一结论符合实验得出的拉力差与高度差成正比的结论<sup>[2]</sup>.

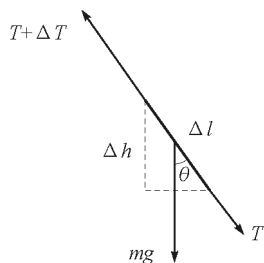


图 12 悬链微元的受力分析

悬链长 197.10 cm, 质量 124.21 g, 可得  $\frac{mg}{l} = 0.617$ , 图像斜率  $k = 0.665$ , 误差允许的范围内认为理论与实验一致.

**小结:**力传感器、几何画板及数据处理软件为本实验提供了强有力的支持,更体现出技术手段对物理教学的促进作用,培养了学生制订科学探究方案、选用合适的器材获得数据的能力. 同时,多物理量的关系研究对学生的科学思维与探究能力提出了更高的要求,考查了学生对高中物理的思维方法——微元法、图像法、等效替代法的应用能力.

### 任务 3: 悬链线的形状.

**问题情境:**(1) 悬链线是抛物线吗? 它的解析式如何?(2) 数学课上已知某些曲线,如抛物线等比放缩后具有相似性. 长度一定的均匀细绳一端上下移动前后的悬链线形状是否相同?

**定性猜想:**对于(1),数学基础较好的学生根据导数知识求出与实验中悬链等宽等高的抛物线端点处斜率大小,发现并不一致,但不能排除实验误差. 对于(2),学生联想到之前学过的晾衣绳模型(图 13);衣架左右移动时晾衣绳与竖直方向夹角不变,形状具有相似性. 而晾衣绳模型可看作质量集中于“衣架”上的“悬链”,故猜想悬链线也具有放缩相似性.

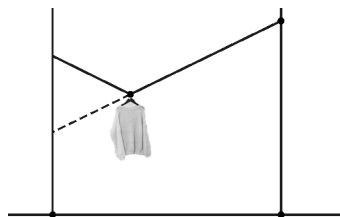


图 13 晾衣绳模型

**实验探究:**对于(1),在一体机前悬挂曲别针悬链并在一体机上用几何画板绘制等宽等高的抛物线进行对比,发现悬链线与抛物线并不重合且前者比后者“胖”一些(图 14).

对于(2),为了便于描画和比较,可以将悬链挂在一体机前改变其长度、两端高度、宽度等参数,将多条悬链线在电脑上放缩比较后发现所有的悬链线都是相似图形.

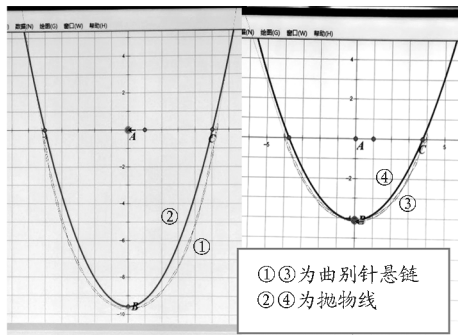


图 14 悬链线比抛物线要“胖”一些

**理论分析:**对于(1),学生查阅资料发现,悬链线方程符合双曲函数的形式

$$y = \frac{a(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}})}{2}$$

其中  $a = \frac{L \tan \theta}{2}$  ( $L$  为悬链长度、 $\theta$  为两端切线与竖直方向的夹角). 将曲别针悬链挂在一体机前, 输入参数后绘制悬链线的函数图像, 发现曲别针悬链与悬链线曲线拟合较好(图 15).

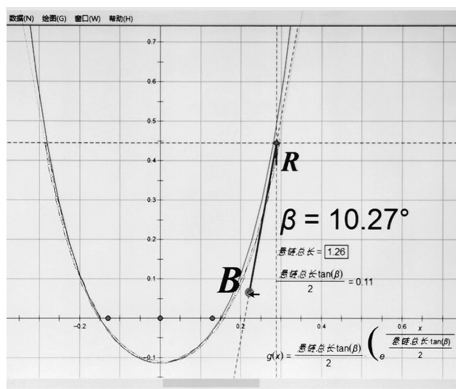


图 15 曲别针悬链与悬链线曲线拟合较好

在了解悬链线的函数表达式后, 用 Geogebra 软件改变参数, 绘制出多条悬链线后进行放缩比较, 验证了悬链线确实有相似性(图 16), 由上到下分别是  $a = 3, 13, 30$  时的悬链线图像, 为便于观察未将其完全重叠.

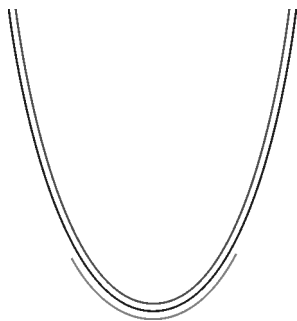


图 16 悬链线的放缩比较

关于悬链线的问题早在 400 年前伽利略就在《对话》中提到过, 他认为“链条会呈现抛物线状”. 后来, 雅克布·伯努利还发起了推导其曲线的挑战, 再后来由惠更斯等人给出了严格的证明. 教师可以引导学生用“思想实验”极限法来验证他的推断. 假定悬链线始终是抛物线, 只是参数不同. 悬链线有两个极限, 一个是两个端点重合, 一个是整个链条水平拉直. 抛物线有没有可能取到这两种形状? 无论抛

物线的参数怎么变化, 抛物线都不可能变为合在一起的两个线段, 这说明伽利略的推测是错误的——悬链线不可能是抛物线.

针对学有余力的学生, 可以借助数学手册查表等形式介绍悬链线方程的推导, 启发其对更“硬核”物理的探究与思考, 为更深层次的研究打下基础.

**小结:** 悬链线形状的探究充分体现了核心素养下科学态度与责任的要求, 有助于学生认识科学的本质. 物理是人类有意识的探究过程, 即使巨匠如伽利略也可能犯错误. 然而伽利略的“错误”真的毫无根据吗? 悬链线在长度较长时, 确实可近似为抛物线, 由悬链线方程泰勒展开后的前两项即可得出. 这一发展过程又与物理学从经典到相对论的发展有异曲同工之妙, 人类正是在不断修正错误中进步.

### 3 总结

核心素养视角下, “悬链线”问题非常适合培养学生科学探究能力. 在问题提出与设计实验方面, “悬链线”问题的 3 个任务循序渐进, 教师设计高效性、程序性的探究流程非常有利于新知识的建构、激活学生探究思维、明确探究目的性; 在获取与处理信息方面, 计算机技术的辅助拓展了探究的边界, 使得传统器材不方便探究的问题得以高效进行, 并使学生感受到技术发展对物理探究的作用、认识物理学科的重要性; 在过程与结果的交流评估反思方面, “悬链线”问题涉及的理论与方法处于学生最近发展区内, 恰当选择高中学生知识能力范围内的课题进行研究, 能够拓展学生视野、提升学生的核心素养、培养学生的科学探究能力, 对各层次的学生都是非常有益的科研体验<sup>[3]</sup>.

### 参考文献

- [1] 姜付锦. 悬链线的重心问题研究[J]. 物理教师, 2010, 31(7): 37, 39.
- [2] 鲁建全. 悬链线——开展课题研究的好素材[J]. 中学物理教学参考, 2020, 49(13): 36-40.
- [3] 何文明. 基于核心素养的高中物理课堂教学设计——以《楞次定律》为例[J]. 教学月刊·中学版(教学参考), 2017(6): 15-18.