

## 2022年 高考海南卷物理第8题评析及变式探讨

赵继辰

(北京教育学院数学与科学教育学院 北京 100044)

(收稿日期:2022-09-14)

**摘要:**共点力平衡问题是高考物理力学题中的一类典型题目,从2022年高考海南卷物理第8题入手,通过石拱桥简化模型的受力分析,加深学生对“力的合成与分解”的灵活运用.

**关键词:**高考物理;共点力平衡;相互作用力

我国的石拱桥具有悠久的历史,体现了古代劳动人民的智慧.新版普通高中物理课程标准在学科核心素养模块中提出了科学态度与责任,在认识科学、技术、社会、环境关系的基础上,逐渐形成探索自然的内在动力、严谨认真和持之以恒的科学态度,以及保护环境的责任感<sup>[1]</sup>.而对石拱桥模型的静力学原理分析,正可诠释科学本质、科学态度、社会责任等要素.

## 1 试题分析

**【题目】**(2022年高考海南卷物理第8题)我国的石桥世界闻名,如图1所示,某桥由六块形状完全相同的石块组成,其中石块1、6固定,2、5质量相同为 $m$ ,3、4质量相同为 $m'$ ,不计石块间的摩擦,则 $m:m'$ 为( )

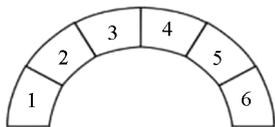


图1 石拱桥示意图

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     B.  $\sqrt{3}$     C. 1    D. 2

**解析:**根据图2所示石块3的受力分析可知

$$N_{23} \cos 60^\circ = m'g$$

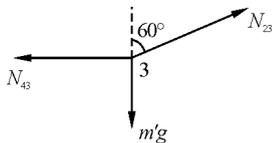


图2 石块3的受力分析图

根据图3所示石块2的受力分析可知

$$N_{32} \cos 60^\circ = mg \cos 60^\circ$$

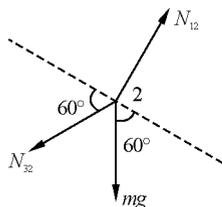


图3 石块2的受力分析图

因此  $m:m' = 2$ , 故选项D正确.

## 2 变式探讨

**变式1:**如图4所示,某桥由 $2N$ 块形状完全相同的石块组成,其中石块 $2N-1$ 、 $2N$ 固定,石块1、2的质量均为 $m$ ,石块 $2n-1$ 、 $2n$  ( $n=2, \dots, N$ )质量相同,不计石块间的摩擦,求石块 $2n-1$ 的质量.

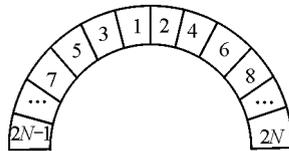


图4 2N块石块组成的石拱桥

**解析:**根据几何关系,设  $\frac{\pi}{2N} = \theta$ , 石块受力分析

如图5~图7所示.

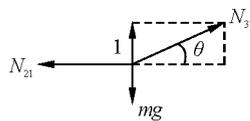


图5 石块1的受力分析图

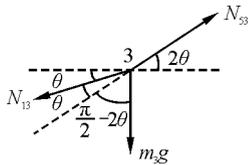


图 6 石块 3 的受力分析图

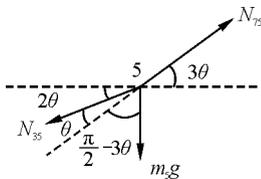


图 7 石块 5 的受力分析图

根据石块 1 的受力分析(图 5)可知

$$N_{31} \sin \theta = mg$$

根据石块 3 的受力分析(图 6)可知

$$N_{13} \cos \theta = N_{53} \cos 2\theta$$

$$N_{13} \sin \theta = m_3 g \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) = m_3 g \cos 2\theta$$

解得

$$m_3 = \frac{1}{\cos 2\theta} m$$

$$N_{53} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta \cos 2\theta} m g$$

根据石块 5 的受力分析(图 7)可知

$$N_{35} \cos 2\theta = N_{75} \cos 3\theta$$

$$N_{35} \sin \theta = m_5 g \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3\theta\right) = m_5 g \cos 3\theta$$

解得

$$m_5 = \frac{\cos \theta}{\cos 2\theta \cos 3\theta} m$$

$$N_{75} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta \cos 3\theta} m g$$

对比石块 5 和石块 3 的受力分析情况,我们发现

$$N_{75} \cos 3\theta = N_{35} \cos 2\theta = N_{13} \cos \theta$$

由此可以推断出石块  $2n-1$  的受力情况

$$N_{(2n+1)(2n-1)} \cos n\theta = N_{13} \cos \theta$$

$$N_{(2n-3)(2n-1)} \sin \theta =$$

$$m_{(2n-1)} g \sin\left(\frac{\pi}{2} - n\theta\right) = m_{(2n-1)} g \cos n\theta$$

解得

$$m_{(2n-1)} = \frac{\cos \theta}{\cos(n\theta - \theta) \cos n\theta} m$$

$$N_{(2n+1)(2n-1)} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta \cos n\theta} m g$$

### 3 关联题型

如图 8 所示,石拱桥有 9 块完全相同的对称楔形石块组成,每块质量都为  $m$ ,重力加速度为  $g$ ,若接触面间的摩擦力忽略不计,则石块 4 对石块 3 的压力的大小为( )

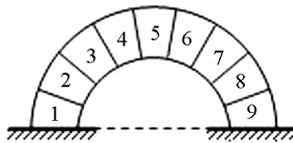


图 8 9 块石块组成的石拱桥

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2} mg$     B.  $\sqrt{3} mg$     C.  $3mg$     D.  $2mg$

**解析:**在共点力平衡题型中,当题目中有多个研究对象且所要求解的问题并不涉及所有物体时要考虑使用整体法来求解.本题中要求解石块 4 对石块 3 的压力大小,那么就可以将石块 4、5、6 看成一个大石块,石块 1、2、3 以及石块 7、8、9 也分别看成一个大石块,这样就将 9 块质量都为  $m$  的小石块变为 3 块质量都为  $3m$  的大石块进行分析.受力分析如图 9 所示.

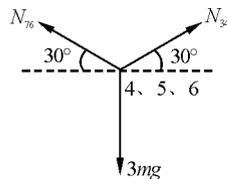


图 9 石块 4、5、6 的整体受力分析图

根据大石块 4、5、6 的受力分析(图 9)可知

$$2N_{34} \sin 30^\circ = 3mg$$

本题构思巧妙,但存在科学性错误.石拱桥模型在摩擦力忽略不计的情况下,各石块的质量不会全部相同,否则无法保持平衡<sup>[2]</sup>.我们不妨采用隔离法对石块 5 和 4 分别进行受力分析.

根据石块 5 的受力分析(图 10)可知

$$2N_{45} \sin 10^\circ = mg$$

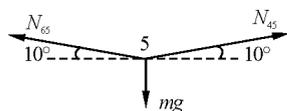


图 10 石块 5 的受力分析图

根据石块 4 的受力分析(图 11)可知,在垂直于石块 3、4 之间压力  $N_{34}$  的方向上,  $N_{54} \sin 20^\circ > mg \sin 60^\circ$ ,因此石块 4 无法保持平衡.

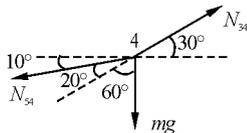


图 11 石块 4 的受力分析图

要想使各石块保持平衡,那么它们的质量须遵从一定的关系,我们通过下道例题进行具体分析.

**变式 2:**如图 12 所示,某桥由  $2N+1$  块形状完全相同的石块组成,其中石块  $2N+1, 2N$  固定,石块  $2n+1, 2n(n=1, 2, \dots, N)$  质量相同,石块 1 的质量为  $m$ ,不计石块间的摩擦,求石块  $2n+1$  的质量.

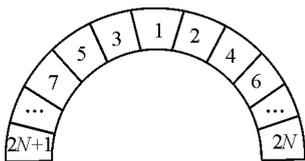


图 12 由  $2N+1$  块石块组成的石拱

**解析:**根据几何关系,设  $\frac{\pi}{2(2N+1)} = \theta$ . 受力分析如图 13 ~ 图 15 所示.

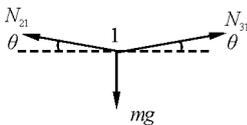


图 13 石块 1 的受力分析图

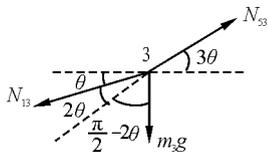


图 14 石块 3 的受力分析图

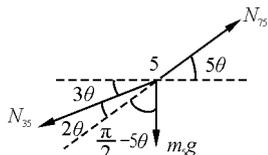


图 15 石块 5 的受力分析图

根据石块 1 的受力分析(图 13)可知

$$2N_{31} \sin \theta = mg$$

根据石块 3 的受力分析(图 14)可知

$$N_{13} \cos \theta = N_{33} \cos 3\theta$$

$$N_{13} \sin 2\theta = m_3 g \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3\theta\right) = m_3 g \cos 3\theta$$

解得

$$m_3 = \frac{\sin 2\theta}{2 \sin \theta \cos 3\theta} m = \frac{\cos \theta}{\cos 3\theta} m$$

$$N_{53} = \frac{\cos \theta}{2 \sin \theta \cos 3\theta} mg$$

根据石块 5 的受力分析(图 15)可知

$$N_{35} \cos 3\theta = N_{75} \cos 5\theta$$

$$N_{35} \sin 2\theta = m_5 g \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5\theta\right) = m_5 g \cos 5\theta$$

解得

$$m_5 = \frac{\cos^2 \theta}{\cos 3\theta \cos 5\theta} m$$

$$N_{75} = \frac{\cos \theta}{2 \sin \theta \cos 5\theta} mg$$

对比石块 5 和石块 3 的受力分析情况发现

$$N_{75} \cos 5\theta = N_{35} \cos 3\theta = N_{13} \cos \theta$$

由此可以推断出石块  $2n+1$  的受力情况

$$N_{(2n+3), (2n+1)} \cos (2n\theta + \theta) = N_{13} \cos \theta$$

$$N_{(2n-1), (2n+1)} \sin 2\theta =$$

$$m_{(2n+1)} g \sin\left(\frac{\pi}{2} - (2n\theta + \theta)\right) =$$

$$m_{(2n+1)} g \cos (2n\theta + \theta)$$

解得

$$m_{(2n+1)} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos [2n\theta - \theta] \cos (2n\theta + \theta)} m$$

$$N_{(2n+3), (2n+1)} = \frac{\cos \theta}{2 \sin \theta (2n\theta + \theta)} mg$$

#### 4 教学启示

共点力平衡是高考物理力学题中的典型问题,这其中三力平衡在考题中最为常见<sup>[3]</sup>. 解决此类问题一般分为三步:第一步对研究对象进行受力分析,明确已知力和要求解的力;第二步根据几何关系确定各力之间的夹角;第三步将已知力和要求解的力在垂直于无关力的方向进行分解,然后列写平衡方程进行求解. 如遇多个研究对象,可采用整体法进行求解.

#### 参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017 年版 2020 年修订)[M]. 北京:人民教育出版社,2020.  
 [2] 詹国荣. 石拱桥的受力分析[J]. 物理教学,2010, 32(7):23-25.  
 [3] 喻梅琴. 共点力平衡问题的解题步骤和常用方法举例[J]. 中学物理教学参考,2019,48(1):38-41.