

# 压水喷射问题探讨

夏丹丹

(宁波大学附属学校 浙江 宁波 315400)

(收稿日期:2022-10-19)

**摘要:**装水容器侧壁开孔,由于孔上部水柱形成的压力差而使水从小孔喷出,从水流轨迹形成原理,讨论和验证压水喷射中的水流相交问题.

**关键词:**压水喷射;压强差;压力差;多孔喷射;模拟实验;平抛

**【题目】**装水容器侧壁开孔,由于孔上部水柱形成的压力差而使水从小孔喷出,我们称为压水喷射,装满水的容器侧壁上开有3个孔,水从小孔中流出,图1中描述正确的是哪一图? ( )

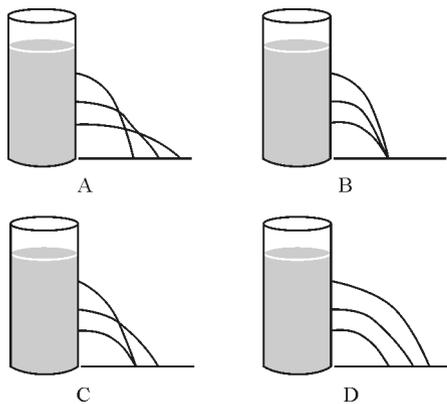


图1 题目题图

为什么是A图,而不是其他图呢?尤其是B图的可能性有吗?

## 1 三孔喷射交于一点的可能性

设容器水柱高为 $a$ ,孔足够小,能保持 $a$ 不变,小孔1离底部高 $h$ ,离液面深 $d$ ,如图2所示.

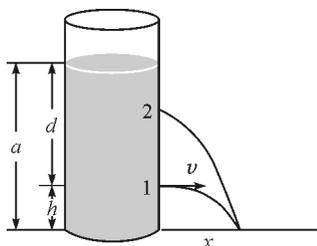


图2 孔位置图

小孔1上部由于水柱 $d$ ,使得小孔1内外压强差 $\Delta p = \rho g d$ , $\rho$ 为水的密度,小孔1处水的内外压力差为 $\Delta F = \rho g d s$ , $s$ 为小孔1的横截面积,取即将离开小孔1的一小段水 $\Delta x$ ,足够小,那么由动能定理得

$$\Delta F \Delta x = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\rho g d s \Delta x = \frac{1}{2} \rho s \Delta x v^2$$

得到水滴离开小孔1时的初速度<sup>[1]</sup>

$$v = \sqrt{2gd}$$

水滴离开小孔1做平抛运动,下落时间

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

落地水平距离

$$x = vt = 2\sqrt{hd}$$

如果存在一个小孔2,喷水落点与小孔1的喷水落点相同, $x$ 相同,即 $2\sqrt{hd} = b$ (常数),而 $h + d = a$ (常数),由上两式消去 $d$ 得

$$h^2 - ah + \frac{b^2}{4} = 0$$

二次方程有解的条件为

$$\Delta = a^2 - b^2 \geq 0$$

由基本不等式可知

$$h + d \geq 2\sqrt{hd}$$

即

$$a \geq b$$

所以

$$\Delta \geq 0$$

二次方程一定有解,且只有两个解.也就是有且只有两个孔,喷出的水能相交于同一点.因此,压水喷射问题中,3孔喷射交于一点是不存在的.

### 2 多孔喷射依次而交

从上面的分析里很容易得到2孔的解,  $x = 2\sqrt{hd}$  要相等,即

$$\sqrt{h_1 d_1} = \sqrt{h_2 d_2}$$

那么只要小孔1和小孔2的  $h$  和  $d$  的数值互换即可,也就是  $h_2 = d_1, d_2 = h_1$ ,如图3所示.利用这个结论,我们来开第3小孔,如果小孔1和小孔2间开第3孔,在第3孔到底面的距离等于  $h$  的位置与小孔2水流相交,即有交点,且交点上移如图4所示,即小孔2水流先交于小孔3,后交于小孔1,依次而交.如果小孔3出现在小孔2上面,用同样的方法判断出由上而下依次而交.如果小孔3出现在小孔1下方,那么交点会出现在筒底下方.总之,三孔压水喷射会形成如图1中A所示的喷射图,只有其一,没有第二图.多孔喷射依次而交可参照画出.

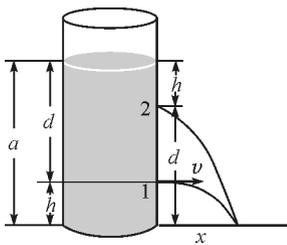


图3 二孔喷射交于一点

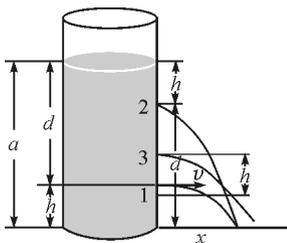


图4 三孔喷射相交

### 3 喷射最远距离

如图5所示,小孔离地高  $h$ , 离水面下  $d$ , 孔足够小,保证液面总高  $a$  基本不变,喷射形成水平距离  $x$ .

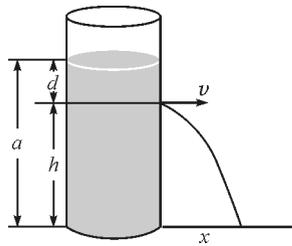


图5 喷射距离示意图

借用三孔喷射问题推导得到水滴离开小孔时的初速度

$$v = \sqrt{2gd}$$

水滴离开小孔做平抛运动,下落时间

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

得到落地水平距离

$$x = vt = 2\sqrt{hd}$$

因为  $h + d = a$  是常数,那么有基本不等式

$$h + d \geq 2\sqrt{hd}$$

当  $h = d$  时,  $\sqrt{hd}$  有最大值,水平喷射距离  $x$  最远,即孔开在水柱的中间高度,喷射最远.如果筒底垫高  $L$ ,利用孔开在中间高度喷射最远结论,那么在  $d \geq h + L$  时,依然有  $d = h + L$  时,  $x$  有最大值.当水柱总长  $a < L$  时,  $h = 0$ ,即筒底开孔,  $x$  有最大值.

### 4 模拟压水喷射

模拟实验中  $a$  取 10 cm,用 Excel 模拟实验,具体方法可参见文献[2].

#### 4.1 二孔喷射

小孔1高度  $h_1$  取 2 cm,小孔2高度  $h_2$  取 8 cm,用 Excel 模拟实验,实验数据如图6所示,水流轨迹图如图7所示.

	A	B	C	D
1	模拟二孔喷射			
2	x	x <sup>2</sup>	y	y <sup>2</sup>
3	0	0	-2	-8
4	1	1	-2.125	-8.03125
5	2	4	-2.5	-8.125
6	3	9	-3.125	-8.28125
7	4	16	-4	-8.5
8	5	25	-5.125	-8.78125
9	6	36	-6.5	-9.125
10	7	49	-8.125	-9.53125
11	8	64	-10	-10
12				

图6 二孔喷射模拟实验数据

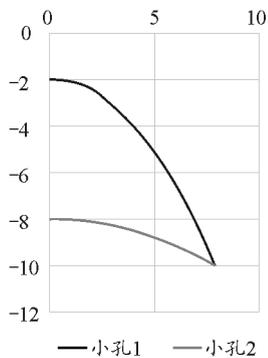


图 7 二孔喷射模拟

### 4.2 三孔喷射

小孔 1 高度  $h_1$  取 2 cm, 小孔 2 高度  $h_2$  取 8 cm, 小孔 3 高度  $h_3$  取 5 cm, 实验图如图 8 所示.

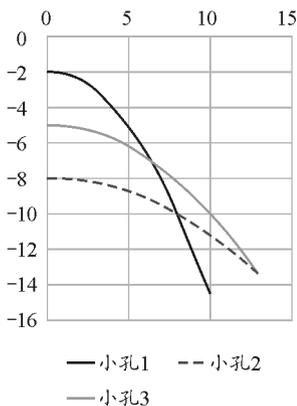


图 8 三孔喷射模拟

### 4.3 四孔喷射

由上而下依次相交如图 9 所示

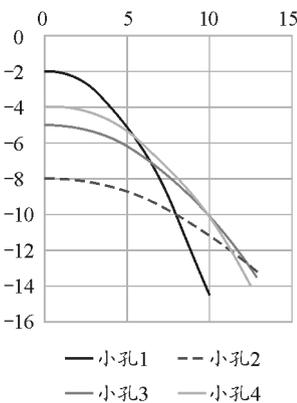


图 9 四孔喷射模拟

### 4.4 喷射最值

(1) 初始数据,  $a=10$  cm,  $h_1=2$  cm,  $h_2=8$  cm,  $h_3=5$  cm,  $h_4=7$  cm,  $h_5=3$  cm. 模拟实验图如图 10

所示,  $x=5$  cm 喷射最远, 即图 10 中的小孔 3.

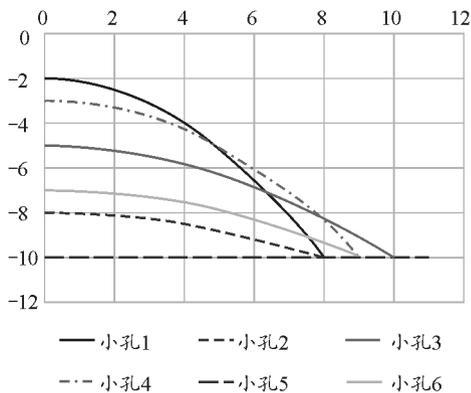


图 10 喷射最远模拟

(2) 桶底垫高  $L=4$  cm, 初始数据,  $a=10$ ,  $h_1=2$  cm,  $h_2=8$  cm,  $h_3=5$  cm,  $h_4=7$  cm,  $h_5=3$  cm. 模拟实验图如图 11 所示,  $x=7$  cm 喷射最远, 即图 11 中的小孔 7. 对比(1), 可以看出, 桶底垫高, 最远喷射孔下移, 在水柱与垫高高度的一半处.

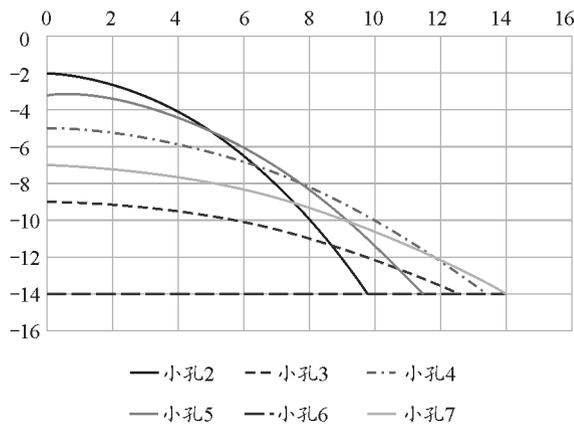


图 11 桶底垫高模拟

一道习题, 看似很简单, 其实真要弄清原理, 并不容易. 压水喷射, 涉及孔上方水柱压强和水滴离开小孔后做平抛运动的规律, 这题出现在初二物理中, 笔者认为欠妥的. 对于多孔喷射, 由上而下依次相交是一个简易的记忆方法, 对初学者会有一定的帮助和启迪.

### 参考文献

[1] 吴迪青. 从课本里走下来的高考题——论剑 2017 年 4 月浙江高考物理第 17 题[J]. 物理教学, 2017(9): 77-78.  
 [2] 吴迪青. 用 Excel 仿真模拟中学物理规律[J]. 物理教师, 2017(3): 63-65.