

水中趣事——动力学问题赏析

郭安良 肖星星 陈 杨

(重庆八中科学城中学校 重庆 401329)

(收稿日期:2023-06-20)

摘要:赏析水中单体和连接体模型的动力学性质,此模型使有趣的现象和深刻的规律紧密结合,深化规律认识,助推知识迁移.

关键词:惯性;等效重力;浮力;知识迁移

在初中物理中,对于水中浮力相关的问题被频频考查,但多为静力学问题,高中物理在液体情境中的问题又比较稀缺.近些年为提高人才选拔质量,依托高考评价体系的高考命题更加聚焦关键能力考查,突出思维品质和过程,加强情境化设计,增强题目的开放性,因此出现了少量的液体中动力学模型,使得情境化命题的育人功能充分发挥,并且此类模型的分析结论也便于学生通过实验验证,能够增强学生学习的内在动机^[1].下面是笔者对这些题目的赏析,欢迎同行批评指正.

1 题型的收集与赏析

【题目1】如图1所示,水平面上有一辆小车,车厢底部固定一根细杆,杆的上端固定一个木球(木球密度小于水),车厢内充满了水.现使小车沿水平面向右做匀加速运动,设杆对木球的作用力为 F ,下面图中能大致表示 F 方向的是图()

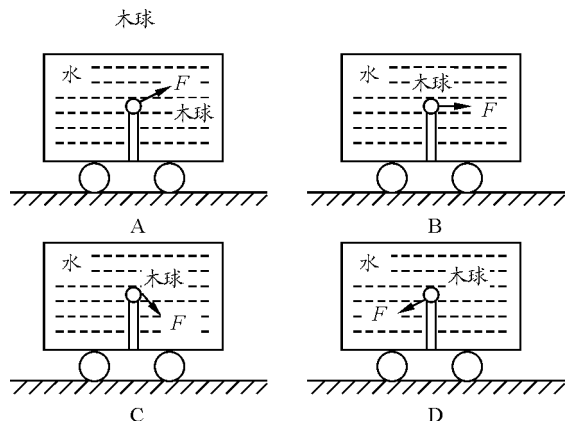


图1 题目1题图

答案:D.

赏析:高中阶段液体中的力学问题分析,一般出现在“惯性”的考查中,其中水平瓶中气泡的运动现象常被展示于课堂之上.若使用“惯性”的性质分析,往往隐含这一个条件,就是瓶中气泡受到的水平方向合力为 $\rho_{\text{水}} V_{\text{泡}} a_x$,这是因为把气泡换成同等体积的水,在周围环境的作用力下,此水球具有系统的加速度,所以气泡受到的合力就是同等体积水球受到的合力.气泡质量远小于同体积的水,因此才会出现气泡被迅速加速的现象.如此分析比纯粹的惯性解释来得更加具体,因此学完牛顿第二定律之后,可以利用牛顿第二定律进行补充说明.下面回归到本题的具体分析.

解法一:由于车厢中的水都具有相同的水平加速度,因此小球在水平方向上受到水的合力为 $\rho_{\text{水}} V_{\text{球}} a_x$,且 $\rho_{\text{水}} V_{\text{球}} a_x > m_{\text{球}} a_x$,因此,杆给球的作用力有水平向左的分力,同时竖直方向的浮力大于重力,所以杆给球的作用力有竖直向下的分力,综上,杆对球的作用力向左下.

解法二:取系统为参考系,处理成静力学问题,系统向右加速可以理解为系统向左超重,或者理解为系统同时受到一个水平向左的“人造重力”^[2],浮力的方向与等效重力加速度 $\sqrt{a_x^2 + g^2}$ 的方向相反,大小为 $\rho_{\text{水}} V_{\text{球}} \sqrt{a_x^2 + g^2}$,且浮力大于木球受到的等效重力 $m_{\text{球}} \sqrt{a_x^2 + g^2}$,所以杆给木球的作用力与等效重力的方向相同.

【题目2】如图2所示,一只盛水的容器固定在一个小车上,在容器中分别悬挂和拴住一个铁球和一个乒乓球,容器中水和铁球、乒乓球都处于静止状

态,当容器随小车突然向右运动时,两球的运动状况是(以小车为参考系)()

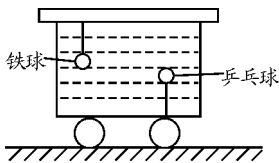


图2 题目2题图

- A. 铁球向左,乒乓球向右
B. 铁球向右,乒乓球向左
C. 铁球和乒乓球都向左
D. 铁球和乒乓球都向右

答案:A.

赏析:

解法一: 小车突然向右运动时,由于惯性,铁球和乒乓球都“想”保持原有的静止状态,由于与同体积的“水球”相比铁球的质量大,惯性大,铁球的运动状态难改变,而同体积的“水球”的运动状态容易改变,所以小车加速向右运动时,铁球相对于小车向左运动. 同理,由于与同体积的“水球”相比乒乓球的质量小,惯性小,乒乓球相对于小车向右运动.

解法二: 通过定量计算给予解答,如图3所示,假设系统向右做加速度为 a 的匀加速运动,稳定时,对铁球在竖直和水平方向受力分析,绳子中的张力为 T ,绳子与竖直方向的夹角为 θ ,铁球的体积为 V_0 ,由竖直和水平方向上列平衡方程得

$$\begin{cases} T \cos \theta + \rho_{\text{H}_2\text{O}} V_0 g = \rho_{\text{Fe}} V_0 g \\ T \sin \theta + \rho_{\text{H}_2\text{O}} V_0 a = \rho_{\text{Fe}} V_0 a \end{cases} \quad (1)$$

得 $\tan \theta = \frac{a}{g}$

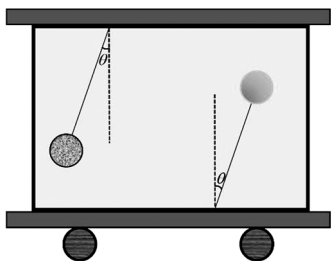


图3 解法二分析图

对乒乓球在竖直和水平方向受力分析,设绳子中的张力为 T' ,绳子与竖直方向的夹角为 θ' ,乒乓球的体积为 V'_0 ,乒乓球的平均密度为 ρ_{PP} ,由竖直和水平方向上列平衡方程得

$$\begin{cases} T' \cos \theta' + \rho_{\text{PP}} V'_0 g = \rho_{\text{H}_2\text{O}} V'_0 g \\ \rho_{\text{H}_2\text{O}} V'_0 a - T' \sin \theta' = \rho_{\text{PP}} V'_0 a \end{cases} \quad (2)$$

得

$$\tan \theta' = \frac{a}{g}$$

取小车为参考系,绳子的方向一定和等效重力的方向相同,密度小于水的球偏向右,密度大于水的球偏向左. 不满水的情况下会出现倾斜水面和等效重力的方向垂直. 满水封闭系统内,当水面受到箱盖约束时不会改变水平和竖直方向的“浮力”,对倾角无影响. 因此,不论是满水的容器还是非满水容器,不影响绳子的倾斜程度.

【题目3】(2019年浙江上半年选考物理第12题) 如图4所示,A、B、C为3个实心小球,A为铁球,B、C为木球. A、B两球分别连在两根弹簧上,C球连接在细线一端,弹簧和细线的下端固定在装水的杯子底部,该水杯置于用绳子悬挂的静止吊篮内. 若将挂吊篮的绳子剪断,则剪断的瞬间相对于杯底的状态为() (不计空气阻力, $\rho_{\text{木}} < \rho_{\text{水}} < \rho_{\text{铁}}$)

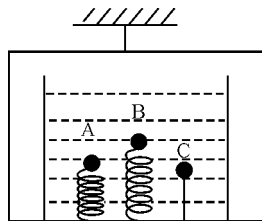


图4 题目3题图

- A. A球将向上运动,B、C球将向下运动
B. A、B球将向上运动,C球不动
C. A球将向下运动,B球将向上运动,C球不动
D. A球将向上运动,B球将向下运动,C球不动

答案:D.

赏析: 开始时A球下的弹簧被压缩,弹力向上; B球下的弹簧被拉长,弹力向下; 将挂吊篮的绳子剪断的瞬间,系统的加速度为 g ,为完全失重状态,此时水对球的浮力也为零,小球的重力也视为零,则A球将在弹力作用下相对于杯底向上运动,B球将在弹力作用下相对于杯底向下运动,C球相对于杯底不动; 选D. 取系统为参考系,完全失重状态下,相当于没有重力也没有水,弹力不能突变,绳子中的力可以突变,A球将向上运动,B球将向下运动,C球不动. 本题把牛顿定律的超重、失重和瞬时性两部分内容在同一情境中考查,围绕核心规律进行关联和发散,侧重对主干知识的深层次理解,注重情境拓展,知识迁移应用,紧扣围绕核心素养提升的试题命题观念.

2 水中连接体模型的一种动力学性质的发现与应用

2.1 规律的发现

如图5所示,在竖直圆桶中用轻绳连接两个密度不同的小球,木球密度为 ρ_1 , 体积 V_1 ; 铁球的密度为 ρ_2 , 体积 V_2 ; 水的密度为 ρ_0 , 且有 $\rho_1 < \rho_0 < \rho_2$. 使两球浸没悬浮于装满水的圆柱形桶中, 此时两球的距离很近, 可视为处于同一高度处, 然后展开轻绳至足够长, 绳长为 l , 两球处于不同高度, 设铁球在地面上高 y 处, 释放连接体, 此时连接体将向下加速运动, 直到密度较大的小球到达桶底.

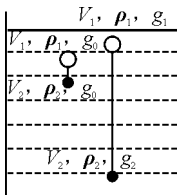


图5 装满水的竖直圆桶中
连接两个密度不同的球

证明: 对处于同一高度浸没悬浮在圆桶中的连接体, 设其位置处的重力加速度为 g_0 , 有

$$\rho_0 g_0 (V_1 + V_2) = \rho_1 g_0 V_1 + \rho_2 g_0 V_2$$

得 $(\rho_2 - \rho_0)V_2 = (\rho_0 - \rho_1)V_1$ (3)

增长两球连接绳的长度后, 连接体释放前, 设木球和铁球位置处的加速度分别为 g_1 和 g_2

$$\rho_1 g_1 V_1 + \rho_2 g_2 V_2 - (\rho_0 g_1 V_1 + \rho_0 g_2 V_2) = (\rho_2 - \rho_0)g_2 V_2 - (\rho_0 - \rho_1)g_1 V_1$$
 (4)

因此有系统向下运动, 令

$$\kappa = (\rho_2 - \rho_0)V_2 = (\rho_0 - \rho_1)V_1$$

则式(4)化简为

$$\kappa(g_2 - g_1) = \kappa \left(G \frac{M}{R+y} - G \frac{M}{R+l+y} \right) > 0$$
 (5)

下落过程中 y 减小, $\kappa(g_2 - g_1)$ 增大, 系统向下加速, 但随阻力增大, 小球最终可能会处于匀速直线运动. 此结论与初始状态的 g_0 大小无关.

2.2 规律的应用与问题解决

【题目4】 木球和金属球通过细线连接, 悬浮在装水的瓶中, 如图6所示, 让瓶子和水绕竖直轴匀速转动, 则稳定时两球的位置可能是()

答案: B.

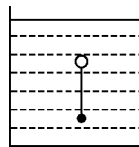
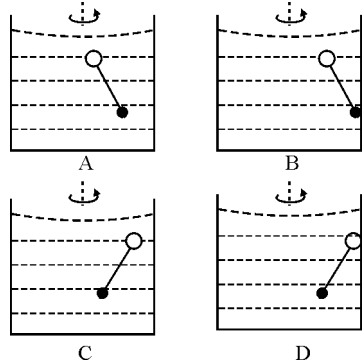


图6 题目4附图



解法一: 如图7所示, 假设系统稳定转动时, 瓶壁对金属小球没有作用力, 绳中张力为 T , 木球和金属球体积分别为 V_1 和 V_2 , 木球、金属球和水的密度分别为 ρ_1 、 ρ_2 和 ρ_0 , 绳子与竖直方向的夹角为 θ .

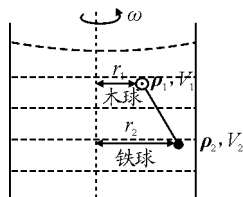


图7 解法一分析图

在 x 、 y 方向分别有

$$\begin{cases} \rho_0 V_1 \omega^2 r_1 - T \sin \theta = \rho_1 V_1 \omega^2 r_1 \\ \rho_0 V_2 \omega^2 r_2 + T \sin \theta = \rho_2 V_2 \omega^2 r_2 \end{cases}$$
 (6)

$$\begin{cases} T \cos \theta + \rho_1 V_1 g = \rho_0 V_1 g \\ T \cos \theta + \rho_0 V_2 g = \rho_2 V_2 g \end{cases}$$
 (7)

由式(6)、(7)推导出 $r_1 = r_2$, 即系统角速度为零, 得出稳定转动后必有瓶壁对金属小球有作用力.

因此, 选择选项 B. 选项 A 的情况不可能发生, 此实验已经由文献[3]的作者通过实验证明, 并且发表在物理期刊《物理教师》上.

解法二: 取旋转系统为参考系, 系统沿径向向外有水平方向的等效重力, 且重力加速度 $g_x = \omega^2 r$, 初始状态系统沿径向方向处于平衡态, 转动后比水密度大的金属小球会做离心运动, 密度比水小的木球会做向心运动, 此时出现沿径向向外的等效重力加速之差, 类比推导, 一定会出现系统沿径向向外运动, 直至密度比水大的小球和桶壁之间发生相互作用. 若把两个物体靠近固定, 两物体的平均密度等于水的密度, 等价于水, 可以随着系统在任意位置做相

对水静止的圆周运动. 由竖直方向的浮力等于重力得

$$(\rho_0 - \rho_1)V_1 = (\rho_2 - \rho_0)V_2 = \kappa \quad (8)$$

二者用轻绳连接分开后, 由于密度比水大的金属球在同等角速度下的离心力大于同位置同体积的水, 密度比水小的木球在同等角速度下的离心力小于同位置同体积的水, 所以 $r_2 > r_1$. 不论初始状态轻绳连接的两球在系统的何位置, 转动后必有密度大的球与容器器壁之间产生弹力 N , 则

$$N + \rho_0(V_1 r_1 + V_2 r_2)\omega_0^2 = (\rho_1 V_1 r_1 + \rho_2 V_2 r_2)\omega_0^2 \quad (9)$$

由式(8)和式(9)得

$$N = \kappa \omega_0^2 (r_2 - r_1) \quad (10)$$

在转动参考系下, 水平方向有沿径向向外的等效重力, 系统转动角速度不变时, 这个等效重力加速度 $g_x = \omega^2 r$ 与半径成正比. 同样水平方向有沿径向指向圆心的等效浮力.

在这个转动参考系下, 连接体在竖直方向上所受的重力和浮力平衡, 水平方向上的等效浮力和容器器壁对连接体系统的弹力的合力与等效重力平衡.

本题中轻绳的倾角也可以确定, 对于木球受力分析得 x 、 y 方向有

$$\begin{cases} T \sin \theta + \rho_1 V_1 \omega_0^2 r_1 = \rho_1 V_1 \omega_0^2 r_1 \\ T \cos \theta + \rho_1 V_1 g = \rho_0 V_1 g \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)得

$$\tan \theta = \frac{\omega_0^2 r_1}{g}$$

稳定匀速转动时, 倾角仅取决于角速度和木球的圆周运动轨道半径. 上端水面是否封闭, 不影响此结论的成立, 因为不影响沿径向和竖直方向的“浮力”. 值得一提的是稳定时瓶中水面过转轴的纵截面为一元二次函数, 这可以用能量最小原理和某处等效重力方向与此处的液面切面垂直的性质给予证明, 这里不赘述.

3 总结

首先, 直线运动和圆周运动被迁移至水中, 以全新的情境切入命题, 活用定律, 充分认识到规律应用的一般性, 提升物理观念. 其次, 通过对瓶中悬浮的连接体转动模型分析发现, 严格受力分析, 推导与分析并行才是彻底解决问题的一般方法, 有物理思想方法的直接运用往往便捷, 但有时不易发现思维漏洞, 导致分析不严密, 平时训练建议采取一般性的物理方法来解决非常规问题, “宁拙勿巧”才是最佳策略. 最后, 规律的认识和深化理解总是在循序渐进中进行, 在不断使用中拓展, 在不懈的尝试中发现新的感悟.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中物理课程标准(2017年版, 2020年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 武银根. 不平衡液体中的浮力公式的探讨及应用[J]. 物理教师, 2007, 6(28): 30-31.
- [3] 刑小丽, 邹静. 浮力一定是竖直向上吗? [J]. 物理教师, 2023, 2(44): 72-73.

Interesting Phenomenon in Water——Appreciation and Analysis on Dynamic Questions

GUO Anliang XIAO Xingxing CHEN Yang

(Science City Middle School of Chongqing NO. 8 Middle School, Chongqing 401329)

Abstract: this paper appreciates and analyzes the dynamic properties of monomers and connection models in water. This model closely combines interesting phenomena with profound laws, deepens understanding of laws, and promotes knowledge transfer.

Key words: inertia; equivalent gravity; buoyancy; knowledge transfer