

2023年高考全国甲卷物理第25题的深入分析

罗恒

(四川省双流中学 四川 成都 610299)

(收稿日期:2023-07-08)

摘要:对2023年高考物理全国甲卷第25题进行分析,从磁场中“导轨+滑杆”模型的特点出发,给出了在中阶段此类题型的常见解答过程,并从微积分思想的角度分析微积分在解决电磁感应问题中的应用.同时,对题目中金属棒P、Q可能的碰撞次数进行了分析,题目中“碰撞一次后”的表述是十分严谨的.

关键词:高考物理;法拉第电磁感应定律;微积分思想

1 原题呈现

如图1所示,水平桌面上固定一光滑U型金属导轨,其平行部分的间距为 l ,导轨的最右端与桌子右边缘对齐,导轨的电阻忽略不计.导轨所在区域有方向竖直向上的匀强磁场,磁感应强度大小为 B .一质量为 m 、电阻为 R 、长度也为 l 的金属棒P静止在导轨上.导轨上质量为 $3m$ 的绝缘棒Q位于P的左侧,以大小为 v_0 的速度向P运动并与P发生弹性碰撞,碰撞时间很短.碰撞一次后,P和Q先后从导轨的最右端滑出导轨,并落在地面上同一地点.P在导轨上运动时,两端与导轨接触良好,P与Q始终平行.不计空气阻力.求:

- (1) 金属棒P滑出导轨时的速度大小;
- (2) 金属棒P在导轨上运动过程中产生的热量;
- (3) 与P碰撞后,绝缘棒Q在导轨上运动的时间.

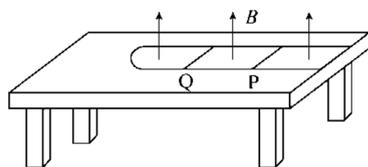


图1 第25题图

1.1 解题思路

本题作为高考物理全国甲卷必做部分的压轴题,内容仅300余字,短小精悍,设置情境十分常见:置于光滑金属导轨上的导体棒在磁场中做切割磁感线运动.考查学生对导体棒的运动分析以及电磁感应中焦耳热的计算.涉及的模型主要有弹性碰撞模型、导体切割磁感线模型以及平抛运动模型.解决此题的出发点涵盖了解决高中物理问题的三大观点:力的观点、能量的观点以及动量的观点.因此,此题对学生知识点以及能力的考查十分全面.本题的解题思路如图2所示.

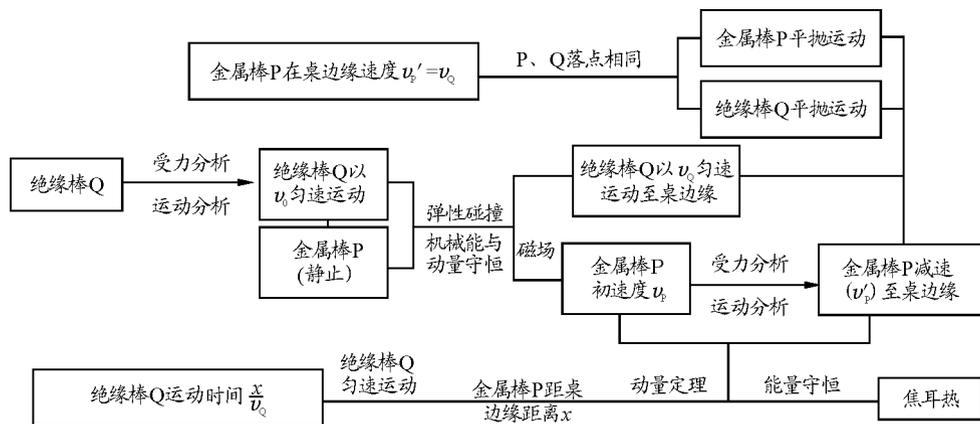


图2 高考物理全国甲卷第25题解题思路

1.2 试题评析

1.2.1 金属棒 P 滑出导轨时的速度大小

对物体运动速度的求解,可以从力的观点、能量的观点以及动量的观点出发.其中,在高中阶段,力的观点主要处理匀变速运动问题,而能量与动量的观点主要解决非匀变速运动问题.对于此问,考生会从哪个观点入手去解决呢?

通过受力分析可知,金属棒 P 在碰撞之后会有一个速度 v_p ,由于金属棒 P 切割磁感线,由法拉第电磁感应定律可知,U 型金属导轨与金属棒所形成的闭合回路会产生感应电动势,形成感应电流.金属棒运动过程中,受到安培力的阻碍作用,速度减小,闭合回路产生的感应电动势减小,感应电流也减小,安培力也随之减小.可以发现,金属棒并非做匀变速运动.因此,力的观点对于此问似乎并不适用,而进一步分析可知,无论是能量的观点,还是动量的观点,此题都缺少必要的已知条件.那此题该如何解决呢?

题目已知条件中“碰撞一次后,P 和 Q 先后从导轨的最右端滑出导轨,并落在地面上同一地点”便成为解题关键.依然从力的观点出发,只是此时不再将研究过程聚焦于金属棒 P 从碰撞后运动到桌边缘这个过程,而是棒 P、Q 做平抛运动的过程.可以发现,欲使棒 P、Q 落于同一地点,二者在桌边缘水平抛出的速度必然相同.由于绝缘棒 Q 一直做匀速直线运动,不难得出,金属棒 P 滑出导轨时的速度 v'_p 等于棒 P、Q 发生弹性碰撞后绝缘棒 Q 的速度 v_Q .

1.2.2 金属棒 P 在导轨上运动过程中产生的热量

在第一问的基础上,学生从能量的观点可以得知,金属棒 P 运动过程中,克服安培力做功,动能减少.根据功能关系可知,克服安培力做功的过程即把其他形式的能量转化为电能的过程,而对于本题所涉及情境,电能将全部转化为热能.根据能量守恒即可对此问题进行求解.

1.2.3 与 P 碰撞后,绝缘棒 Q 在导轨上运动的时间

对于绝缘棒 Q,碰撞后做匀速直线运动,因此只要求得 P、Q 碰撞所在位置距离桌边缘的距离 x ,此问也就迎刃而解.那如何求得这段距离呢?从动量的观点,对于金属棒 P,其初、末速度均可求得,在对其列出的动量定理式子中应用 $x = \bar{v}t$,即可求得 P、

Q 碰撞位置距离桌边缘的距离 x .

1.2.4 本题对物理学科核心素养的考查

综上所述,解决本题涉及对物质、运动与相互作用、能量以及动量的基本认识,在此基础上运用相应物理概念和规律解决实际问题,体现了对学生物理观念的考查.同时,解决本题涉及到弹性碰撞、电磁感应中“导轨+滑杆”以及平抛运动等多个模型,灵活运用这些模型解决问题的前提是需要学生基于经验事实建构物理模型,体现了对学生科学思维的考查.

1.3 试题解析

(1) 由于绝缘棒 Q 与金属棒 P 发生弹性碰撞,根据动量守恒和机械能守恒有

$$3mv_0 = 3mv_Q + mv_p$$

$$\frac{1}{2} \times 3mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 3mv_Q^2 + \frac{1}{2} \times mv_p^2$$

联立可得

$$v_p = \frac{3}{2}v_0 \quad v_Q = \frac{1}{2}v_0$$

由题知,碰撞一次后,P 和 Q 先后从导轨的最右端滑出导轨,并落在地面上同一地点,则金属棒 P 滑出导轨时的速度大小为

$$v'_p = v_Q = \frac{1}{2}v_0$$

(2) 根据能量守恒有

$$\frac{1}{2}mv_p^2 = \frac{1}{2}mv_p'^2 + Q$$

解得

$$Q = mv_0^2$$

(3) 对金属棒 P,根据动量定理有

$$-BIl\Delta t = mv'_p - mv_p$$

其中

$$\bar{I} = \frac{Bl\bar{v}}{R} \quad \bar{v}\Delta t = x$$

联立解得

$$x = \frac{mv_0R}{B^2l^2}$$

由于 Q 做匀速直线运动,故 Q 运动的时间为

$$t = \frac{x}{v_Q} = \frac{2mR}{B^2l^2}$$

2 关于高考物理全国甲卷第 25 题的两点思考

2.1 微积分思想在解决电磁感应问题中的应用

物理学科核心素养中,科学思维包括模型建构、

科学推理、科学论证和质疑创新等要素,科学探究包括问题、证据、解释与交流等要素^[1].微积分作为一种重要的思想方法,为研究自然界中普遍存在的宏观连续变化的问题提供了解决办法,对微积分思想方法的应用能够很好地体现科学思维和科学探究能力.麦克斯韦方程组揭示了电场与磁场相互转化中的对称性,这种优美的对称性以现代数学微分与积分的形式得到了充分表达.法拉第电磁感应定律作为麦克斯韦方程组的组成之一,在运用其解决电磁感应问题时,必然与微积分存在着不解之缘.对于本题的第3问,便可利用微积分的思想进行解题.

碰撞后,对金属棒P,根据牛顿第二定律有

$$-F_{安} = m \frac{dv}{dt}$$

其中

$$F_{安} = IlB \quad I = \frac{E}{R} = \frac{Blv}{R}$$

联立有

$$-\frac{B^2 l^2 v}{R} = m \frac{dv}{dt}$$

移项有

$$-\frac{B^2 l^2}{mR} v dt = dv$$

将两边同时积分有

$$\int_0^t -\frac{B^2 l^2}{mR} v dt = \int_{\frac{v_0}{2}}^{\frac{v_0}{2}} dv$$

其中 $v dt = dx$, 有

$$\int_0^x -\frac{B^2 l^2}{mR} dx = \int_{\frac{3v_0}{2}}^{\frac{v_0}{2}} dv$$

积分可得

$$-\frac{B^2 l^2}{mR} x = \frac{v_0}{2} - \frac{3v_0}{2}$$

解得

$$x = \frac{mv_0 R}{B^2 l^2}$$

故可得Q运动的时间为

$$t = \frac{x}{v_Q} = \frac{2mR}{B^2 l^2}$$

可以发现,运用微积分的方法解决此题与运用平均值的方法有相似之处,而且此题的微积分解题过程对于数学的要求不高,但是采用微积分的方法,相比使用平均值法,可避免学生生搬硬套公式以及不加分辨地运用平均值计算而出错,同时也可打消学生

对根据平均值方法所得结论普适性的疑虑.

2.2 P、Q在桌面运动过程中的碰撞次数分析

此题在题目中明确指出“碰撞一次后,P和Q先后从导轨的最右端滑出导轨”,那如果P、Q的碰撞次数未知,此题又该如何解决呢?

这时,我们依然对金属棒P,根据牛顿第二定律有

$$-\frac{B^2 l^2 v}{R} = m \frac{dv}{dt}$$

移项有

$$-\frac{B^2 l^2}{mR} dt = \frac{1}{v} dv$$

两边同时积分得

$$-\frac{B^2 l^2}{mR} t = \ln \frac{v}{\frac{3v_0}{2}}$$

即

$$v = \frac{3}{2} v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t}$$

金属棒P的位移

$$\begin{aligned} x_P &= \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{3}{2} v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t} dt = \\ &= \frac{3}{2} \left(\frac{mR}{B^2 l^2} v_0 - \frac{mR}{B^2 l^2} v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t} \right) = \\ &= \frac{mR}{B^2 l^2} \left(\frac{3}{2} v_0 - v \right) \end{aligned}$$

可以发现,金属棒P的位移与其速度成线性关系,将 $v = v'_P = v_Q = \frac{1}{2} v_0$ 代入上式,可以得到同2.1中相同的结论,但此种方式的微积分数学要求相对较高.

金属棒P与绝缘棒Q第一次碰撞后,若还会再一次发生碰撞,有

$$x_P = x_Q$$

$$\text{即} \quad \frac{3}{2} \left(\frac{mR}{B^2 l^2} v_0 - \frac{mR}{B^2 l^2} v_0 e^{-\frac{B^2 l^2}{mR} t} \right) = \frac{v_0}{2} t$$

令 $a = \frac{mR}{B^2 l^2}$, 有

$$\frac{3}{2} (av_0 - av_0 e^{-\frac{1}{a} t}) = \frac{v_0}{2} t$$

化简可得

$$3a - t = 3ae^{-\frac{1}{a} t}$$

这是一个超越方程,我们尝试将方程两边同时积分,解此方程,得 $t=0$ 或 $t=4a$,但检验发现 $t=4a$ 并非此方程的解.问题的原因在于方程左边为关于 t 的线

性函数,右边为关于 t 的非线性函数,将两边同时积分后,所得到的解并非一定是原方程的解.而 $t=0$ 则对应着第一次碰撞,符合物理情境.

现在,我们令 $a=1$,分别作出函数 $f(t)=3a-t$ 和 $f'(t)=3ae^{-\frac{1}{a}t}$ 的图像,如图3(a)所示.同理,令 $a=3$ 时,作出函数 $f(t)=3a-t$ 和 $f'(t)=3ae^{-\frac{1}{a}t}$ 的图像,如图3(b)所示.可以发现,当 a 取不同值时,两个函数的图像存在交点,交点的横坐标即为方程 $3a-t=3ae^{-\frac{1}{a}t}$ 的解.因此,若导轨足够长,棒P、Q存在二次碰撞的情况.若不加限制条件,那么此题解决起来将十分繁琐,并不利于对学生核心素养的考查.由此可以看出,题目中所给条件“碰撞一次后,P和Q先后从导轨的最右端滑出导轨”是十分严谨的.

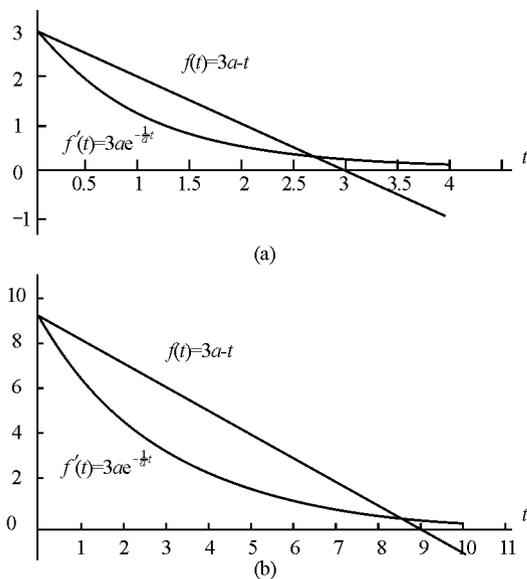


图3 函数 $f(t)=3a-t$ 和 $f'(t)=3ae^{-\frac{1}{a}t}$ 图像

3 结论

学科核心素养是学科育人价值的集中体现,是学生通过学科学习而逐步形成的正确价值观、必备品格和关键能力^[1].电磁感应类问题作为高考物理的常见题型,解题往往涉及力、能量以及动量的观点,综合性较强,突出对学生物理观念、科学思维的考查.纵观近几年高考物理全国卷及其他各省市的物理卷,不难发现,各地区对核心素养的考查均进行了大胆的尝试与创新^[2],命题和考查方式越来越趋于追求物理学的本质,体现对科学探究的考查.电磁感应类问题与“微积分”有着不解之缘,高中阶段,学生已经初步具备微积分的知识,同时,随着跨学科融合教学的发展,不难预测,今后的命题将更接近科学的本质,微积分的应用也将越来越多.

高考改革后“3+2+1”的选科模式,物理与历史作为2选1科目进行等级考试,这要求一线教学的物理教师与时代同步,积极改变教学观念与模式,重视高考题目中所释放的命题与考查趋势,深入研究,重视学生核心素养的培养.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中物理课程标准[S].北京:人民教育出版社,2018.
- [2] 李学,钱莉莉,武震.重视等级性考试的命题动向——电磁感应中的微积分思想[J].理科考试研究,2021,28(11): 32-35.

An In-Depth Analysis on Physics Question 25 in 2023 National College Entrance Examination Volume A

LUO Heng

(Sichuan Shuangliu Middle School, Chengdu, Sichuan 610200)

Abstract: The paper analyzes the physics question 25 in 2023 National College Entrance Examination volume A. Starting from the characteristics of the “guide rail + slider” model in the magnetic field, the paper gives the common solution process of such problems in the high school stage, and analyzes the application of calculus in solving electromagnetic induction problems from the perspective of calculus thinking. At the same time, the possible collision times of the metal rods P and Q in the problem are analyzed. The expression of “after a collision” in the problem is very rigorous.

Key words: college entrance examination physics; Faraday's law of electromagnetic induction; calculus thought