

不同物理观念视角下平行板电容器储能公式的推导

谢玉娜

(广州大学物理与材料科学学院 广州 510006)

董友军

(广州市教育研究院东部分院 广州 510006)

陈自强

(广州大学物理与材料科学学院 广州 510006)

(收稿日期: 2023-08-21)

摘要:以“电容器作为电路元件”和“电容器作为带电系统”两种不同层级的物理观念为线索,介绍了平行板电容器储能公式的4种推导方法,并研究了它们的教学价值.

关键词:物理观念;平行板电容器;储能公式

1 引言

平行板电容器的储能公式是中学物理教学中的常见拓展内容.一方面,学生通过相关内容的学习,可以加深对电势能、能量转化与守恒等知识的理解,进而完善自己的物理观念;另一方面,掌握该公式是参加各级竞赛和自主招生考试的基本要求.

然而,在实际教学中,部分教师对相关学科知识缺乏透彻的理解,这导致了教学逻辑混乱,教学效果不佳.在教学目标方面,许多教师只停留在“掌握公式”层面,没有充分挖掘教学内容对学生核心素养的培育功能.为了帮助一线教师厘清教学逻辑,提高教学效率,本文系统地梳理了平行板电容器储能公式的几种推导方法,并从教学角度展开了讨论.

2 不同物理观念视角下平行板电容器储能公式的推导

自《普通高中物理课程标准(2017年版)》(以下简称课标)发布以来,物理观念成了物理教育研究领域的热门话题.课标指出:“(物理观念)是从物理学视角解释自然现象和解决实际问题的基础”,而推

导平行板电容器的储能公式也属于问题解决的范畴.因此,我们将以物理观念为线索展开讨论.

我们知道,对于同一物理问题,常常可以从宏观与微观两个不同视角进行分析.对于电容器,宏观视角关注电压、带电荷量等可以直接测量的物理量,对应的物理观念可以归纳为“电容器作为电路元件”;微观视角则还关注电荷分布、电场分布等涉及微观结构的物理量,对应的物理观念可以归纳为“电容器作为带电系统”.下面我们介绍平行板电容器储能公式的4种推导方法,这些方法从宏观到微观,逐步接近问题本质.

2.1 电路法

如图1所示创设电源给电容器充电的情境.

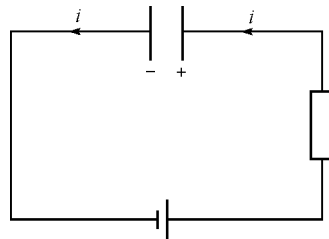


图1 电路法推导电容器储能公式

假定某时刻电容器带电荷量为 q ,电路中的电

流为 i . 通过类比普通用电器电功率的表达式, 可知电容器的“电功率”为 $P = ui = \frac{q}{C}i$. 根据能量守恒, 电容器“消耗”的电能被电容器储存起来, 因此, dt 时间内电容器新增电能为

$$dW = Pdt = \frac{q}{C}i dt = \frac{q}{C}dq$$

假定充电结束后电容器总带电荷量为 Q , 则整个充电过程中电容器新增的电能为

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

在实际教学中, 也常常通过求 $u-q$ 图像的面积得到最终结果.

本方法基于“电容器作为电路元件”的物理观念, 在推导过程中无需过多关注电容器的微观结构, 较符合初学者的认知水平. 在科学思维方面, 本方法有助于培养学生的类比推理能力: 通过类比普通用电器得到电容器的“功率”表达式, 通过类比 $v-t$ 图像理解 $u-q$ 图像面积的物理意义——这些也在高考的考查范围内, 例如 2019 年高考北京卷第 23 题.

另外需要注意的是, 本例中电源做的总功是电容器储存能量的 2 倍. 这一话题在教科书和文献中已有丰富的讨论^[1-2], 这里不再赘述.

2.2 微元法

如图 2 所示, 将电容器极板不带电时作为初态, 然后由下极板向上极板逐次搬运正电荷.

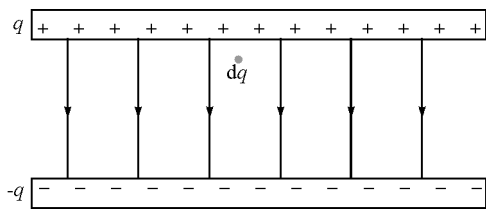


图 2 微元法推导电容器储能公式

每次搬运的电荷量为 dq , 直到上极板带电荷量为 Q , 下极板带电荷量为 $-Q$. 假定某时刻上极板带电荷量为 q , 下极板带电荷量为 $-q$, 则下一次搬运需要克服电场力做功为

$$dW = udq = \frac{q}{C}dq$$

整个搬运过程中克服电场力所做的总功为

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

类似地, 也可以通过求 $u-q$ 图像的面积得到最终结果.

从数学表达式看, 本方法和“电路法”极为类似, 但它们背后的物理解释是不同的. 本方法基于“电容器作为带电系统”的物理观念, 要求学生建立起“两块带异种电荷的金属板, 中间有电场分布”这一物理图像. 和“电路法”相比, 本方法更具可迁移性, 它代表了求带电系统电势能的一般性方法: 考虑一个虚拟的, 逐次搬运无穷小电荷量的电荷以“组装”系统的过程, 求此过程中克服电场力所做的功. 因此, 本方法有助于学生从功与能的角度理解电势能, 进而完善能量观.

需要注意的是, 在实际教学中, 存在把“电路法”和“微元法”杂糅的现象, 既创设了电源给电容器充电的情境, 又引入“把 dq 从电容器正极板移到负极板, 外力克服电场力做功 $udq = \frac{q}{C}dq$ ”的解释. 我们认为, “电路法”的精髓在于等效法的应用, “微元法”的精髓在于创设虚拟的“组装”系统的情境, 这种杂糅的方法舍弃了两者各自的精髓, 因此并不比纯粹的“电路法”或“微元法”优越.

2.3 整体法

如图 3 所示, 平行板电容器上极板带电荷量为 Q , 下极板带电荷量为 $-Q$, 以两板相距无穷小时为初态, 然后在外力的作用下, 下极板保持不动, 上极板缓慢移动到和下极板相距 d 的位置. 在上极板移动的过程中, 外力克服电场力做的功即等于电容器储存的能量.

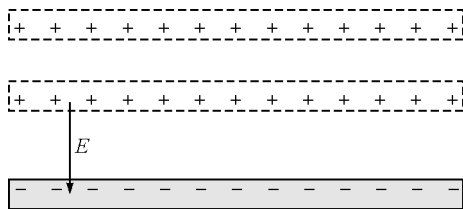


图 3 整体法推导电容器储能公式

以上极板为研究对象, 它受到的下极板对它的电场力为

$$F = QE$$

其中, Q 为上极板所带总电荷量, E 为下极板所带负电荷在上极板下表面处激发的电场强度. 将极板看

成无穷大带电平面,则下极板所带负电荷激发的电场为匀强电场,且

$$E = \frac{Q}{2S\epsilon_0}$$

其中, S 为极板面积, ϵ_0 为真空介电常数.最终可得移动过程中克服电场力做功为

$$W = Fd = \frac{Q^2 d}{2S\epsilon_0} = \frac{Q^2}{2C}$$

上式中利用了电容的决定式

$$C = \frac{S\epsilon_0}{d}$$

本方法同样基于“电容器作为带电系统”的物理观念,但要求学生建立起更为细致的物理图像:“两块无穷大带异种电荷的金属板,中间分布有匀强电场”.本方法的教学价值主要体现在对学生迷思概念的诊断和转变上.许多学生在利用 $F = QE$ 求两极板间的作用力时,会用如下方法求 E :

两极板间为匀强电场,且两极板间电压为 U ,因此 $E = \frac{U}{d}$;或者如图4所示应用高斯定理.

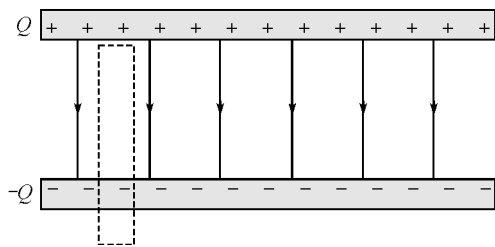


图4 高斯定理求场强

由于电场只分布在两极板之间,因此 $E\Delta s = \frac{Q}{S\epsilon_0}\Delta s$,整理得 $E = \frac{Q}{S\epsilon_0}$ (和 $\frac{U}{d}$ 一致).这样得到的最终结果是正确结果的2倍.错误的原因在于混淆了“下极板所带负电荷在上极板下表面处激发的电场强度”和“两极板间靠近上极板下表面处的场强”.正确的计算方法应当是假定上极板不存在,且下极板的电荷分布不变,此情境下,下极板两侧都有电场分布,再应用高斯定理可得 $E = \frac{Q}{2S\epsilon_0}$.

本方法是先求出两极板间的相互作用力,再求系统的能量.反过来,如果已知系统能量的表达式,也可以得到两极板间的相互作用.这也是物理竞赛中的常用方法.

2.4 场能法

根据电磁学理论,若真空中某点的场强为 E ,则该点处的电场能密度为

$$w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

忽略边缘效应,则平行板电容器系统的电场能为

$$W = \int w dV = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{CU^2}{2}$$

这跟前3种方法得到的结果是一致的.

本方法对应的物理观念也可以归纳为“电容器作为带电系统”,但将电场也视作系统的一部分,并且认为系统的电能应当以电场能的形式存在.这是一种更全面、更贴近本质的物质观.在静电学范围内,电势能和电场能是两种等价的描述,学生仅通过静电学的学习无法真正理解电磁场的物质性.因此,教师在教学中可以适当涉及电磁波相关的内容,引导学生建立电磁场的物质性、相互作用的定域性、电磁场的能动能量三者的联系,以进一步完善物理观念.

对比课标中对学业水平4和水平5的描述可知,水平5强调了物理观念的系统性.所谓系统性,即是形成有层次的、相互联络的结构.对于同一个问题,从不同视角展开分析,最终得到一致的结果,则有助于这种结构的形成.因此,教师在实际教学中既可以根据学生情况单独选用某一种方法,也可以将4种方法结合起来形成专题教学,以培养学生高水平的物理观念.

3 总结与讨论

奥苏贝尔指出,有意义学习的实质是将新知识与已有知识建立起非人为和实质性的联系.因此,提高课堂教学效率需要从研究学生和教学内容两方面入手.本文以物理观念为线索,系统地研究了平行板电容器储能公式的几种推导方法,并讨论了它们的教学价值.希望本文的研究能帮助一线教师梳理教学逻辑,提高教学效率.

参考文献

- [1] 张学文. 由一道电容器充电问题引起的思考[J]. 物理教学, 2020, 42(1): 27-29.
- [2] 浦仕毕, 马广明. 也谈电容器充电过程中的能量转换与损失[J]. 中学物理教学参考, 2022, 51(13): 31-33.