



薄膜干涉的衬比度研究^{*}

代展峰 舒俊男 刘佳芮 崔彬 蔡园园

邹斌 郭红莲 陈笑 王义全

(中央民族大学理学院 北京 100081)

(收稿日期:2023-09-01)

摘要:在薄膜干涉的相关教学中,教师和学生的关注点一般在于产生干涉的位置以及干涉条纹的分布状况,对于干涉条纹的衬比度往往讨论的较少,而干涉场的衬比度对基于干涉的测量与制造是非常重要的,以菲涅尔反射公式为基础,从薄膜与背景材料的折射率差和光在薄膜上的入射角两方面,研究了薄膜干涉的衬比度,得到了一些有价值的结论,这些结论对于学生进一步理解薄膜干涉,以及基于干涉的精密测量和微结构制造,具有一定的参考价值.

关键词:薄膜干涉;衬比度;干涉条纹

薄膜干涉是日常生活中常见的现象,比如在太阳光的照射下,空气中的肥皂泡所呈现出的五彩斑斓的条纹,就是太阳光经肥皂膜上下两个表面反射的光干涉所产生的.同时,薄膜干涉是干涉理论教学中的一个重点^[1-4],在光的干涉中具有举足轻重的地位.

然而,在目前的教学中,教师和学生关注的重点往往在于干涉条纹的位置以及干涉条纹的分布状况,对于干涉条纹衬比度的讨论较少.而衬比度在光学精密测量、微结构的设计、超材料、超表面的制造等方面,都是非常重要的物理和工程技术参量.例如在基于迈克尔孙干涉仪的精密测量中,干涉条纹的衬比度影响测量精度^[5];在基于干涉的微结构制造中,干涉条纹的衬比度决定着微结构器件的质量^[6].衬比度虽然定义简单,但影响衬比度的因素较多,很值得深入研究.

本文以菲涅尔公式和波前函数为基础,讨论了一束自然偏振光的薄膜干涉衬比度问题,由此得到的结论可应用于薄膜干涉的其他相关问题中,可为同行提供一定的参考.

1 薄膜干涉的光场分析

图1为研究薄膜干涉中薄膜表面对光反射的示意图.入射光记为0号光,入射角为 i_1 ,经薄膜上下两个平行表面反射后出射,出射光分别记为1号光和2号光.入射光是自然偏振光,其在入射面内的分量(p 分量)和与入射面垂直的分量(s 分量)复振幅相同,即 $\tilde{E}_p = \tilde{E}_s = Ee^{ik\Delta r}$ (设 $\varphi_0 = 0$,不失一般性, E 为正实数).薄膜折射率为 n_2 ,背景介质折射率为 n_1 .

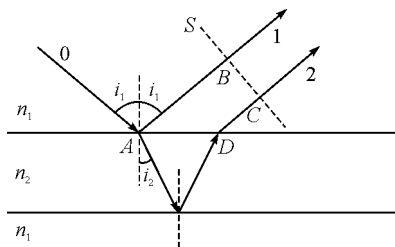


图1 薄膜干涉示意图

根据菲涅尔公式,1光是0光经过一次反射的反射光,其两个方向的复振幅可写为

$$\tilde{E}_{1p} = k_{1p} \tilde{E}_{p0} \quad (1)$$

$$\tilde{E}_{1s} = k_{1s} \tilde{E}_{s0} \quad (2)$$

^{*} 国家自然科学基金,基金编号:61975247,61675238;中央民族大学优秀教学成果培育项目,项目编号:CG2008;北京高等教育本科教学改革创新项目,项目编号:202310052002.

作者简介:代展峰(2003—),男,在读本科生.

通讯作者:崔彬(1982—),男,博士,讲师,研究方向为太赫兹超材料调控、高温超导微波器件研制以及大学物理课程教学.

2 光是 0 光经过折射、反射、折射后的下表面的反射光,其两个方向的复振幅分别为

$$\widetilde{E}_{2p} = k_{2p} \widetilde{E}_{p0} \quad (3)$$

$$\widetilde{E}_{2s} = k_{2s} \widetilde{E}_{s0} \quad (4)$$

其中, k_{1p} 、 k_{2p} 、 k_{1s} 、 k_{2s} 分别为

$$k_{1p} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \quad (5)$$

$$k_{1s} = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_2 + i_1)} \quad (6)$$

$$k_{2p} = \frac{\tan(i_2 - i_1)}{\tan(i_2 + i_1)} \cdot$$

$$\frac{\sin 2i_1 \sin 2i_2}{(\sin i_1 \cos i_1 + \sin i_2 \cos i_2)^2} \quad (7)$$

$$k_{2s} = \frac{\sin 2i_1 \sin 2i_2 \sin(i_1 - i_2)}{\sin^3(i_1 + i_2)} \quad (8)$$

平面 S 与 1 光、2 光传播方向相垂直,现考查 1 光、2 光分别在 B 点和 C 点处的复振幅,由于 1 光从 A 点到 B 点走过了光程 l_{AB} ,因此引入了相移 φ_{AB} ,这样,1 光的 p 、 s 分量在 B 点的复振幅分别为

$$E_{1p} e^{i\varphi_{1p}} = |k_{1p}| E e^{i(\varphi_{AB} + \varphi_{k_{1p}})} e^{ibr} \quad (9)$$

$$E_{1s} e^{i\varphi_{1s}} = |k_{1s}| E e^{i(\varphi_{AB} + \varphi_{k_{1s}})} e^{ibr} \quad (10)$$

其中 $\varphi_{k_{1p}}$ 、 $\varphi_{k_{1s}}$ 是光在上表面反射所造成的相移。

同理,2 光从 A 点到 C 点因光程引入的相移记为 φ_{AC} ,2 光的 p 、 s 分量在 C 点的复振幅为

$$E_{2p} e^{i\varphi_{2p}} = |k_{2p}| E e^{i(\varphi_{AC} + \varphi_{k_{2p}})} e^{ibr} \quad (11)$$

$$E_{2s} e^{i\varphi_{2s}} = |k_{2s}| E e^{i(\varphi_{AC} + \varphi_{k_{2s}})} e^{ibr} \quad (12)$$

其中 $\varphi_{k_{2p}}$ 、 $\varphi_{k_{2s}}$ 为光在薄膜下表面反射的相移.记为 $\varphi_{\Delta L} = \varphi_{AC} - \varphi_{AB}$, $\varphi_{\Delta L}$ 是由于 1 光和 2 光光程不同而引入的相差,其根源在于薄膜具有厚度.若薄膜厚度为 d ,则 $\varphi_{\Delta L}$ 与 d 的关系为

$$\varphi_{\Delta L} = 2n_2 d \cos i_2 \quad (13)$$

1 光和 2 光的平行分量以及 1 光和 2 光的垂直分量在无穷远处的干涉强度公式分别为

$$I_p(P) = (E_{1p}^2 + E_{2p}^2) \cdot \{1 + \gamma_p \cos[\delta(P) + \varphi_{k_{2p}} - \varphi_{k_{1p}} + \varphi_{\Delta L}]\} \quad (14)$$

$$I_s(P) = (E_{1s}^2 + E_{2s}^2) \cdot \{1 + \gamma_s \cos[\delta(P) + \varphi_{k_{2s}} - \varphi_{k_{1s}} + \varphi_{\Delta L}]\} \quad (15)$$

式中, γ_p 、 γ_s 分别为 1 光和 2 光的平行分量以及 1 光和 2 光的垂直分量在无穷远处干涉的衬比度, $\delta(P)$ 是干涉场中的场点相差。

1 光和 2 光的平行分量和垂直分量分别在无穷远处发生干涉,各有一套间距相同的干涉条纹.设这

两套干涉条纹各自的明纹间距为 Δx ,它的大小取决于 p 光相位差与 s 光相位差的差 $\delta(\Delta\varphi)$,即

$$\delta(\Delta\varphi) = (\varphi_{k_{2p}} - \varphi_{k_{1p}}) - (\varphi_{k_{2s}} - \varphi_{k_{1s}}) \quad (16)$$

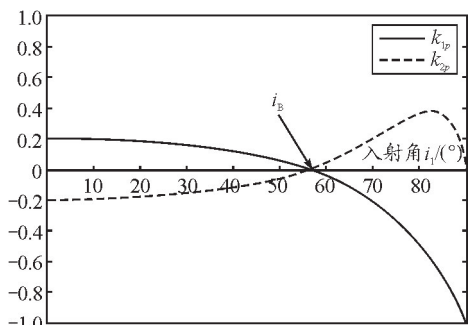
可以看到,与薄膜厚度有关的相差 $\varphi_{\Delta L}$ 消掉了,亦即在当前研究环境下,薄膜干涉的衬比度与薄膜厚度无关,下面对 $\delta(\Delta\varphi)$ 进行分析。

(1) 当 $\delta(\Delta\varphi) = 2k\pi$ ($k \in Z$) 时,两套条纹明纹和明纹重合,暗纹和暗纹重合;

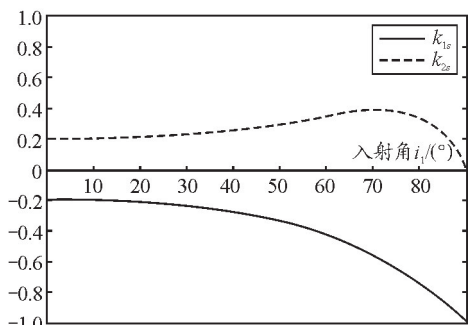
(2) 当 $\delta(\Delta\varphi) = (2k+1)\pi$ ($k \in Z$) 时,两套条纹明纹和暗纹重合,暗纹和明纹重合;

(3) 当 $\delta(\Delta\varphi) \neq k\pi$ ($k \in Z$) 时,重合情况介于两者之间。

为了求解折射和反射相移 $\varphi_{k_{1p}}$ 、 $\varphi_{k_{1s}}$ 、 $\varphi_{k_{2p}}$ 、 $\varphi_{k_{2s}}$,利用 MATLAB 仿真了 k_{1p} 、 k_{2p} 以及 k_{1s} 、 k_{2s} 随入射角 i_1 的变化,结果如图 2 所示.在仿真中,我们选取 $n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$ 。



(a) k_{1p} 、 k_{2p} 变化图像



(b) k_{1s} 、 k_{2s} 变化图像

图 2 k_{1p} 、 k_{2p} 、 k_{1s} 、 k_{2s} 随入射角 i_1 的变化图像

从图 2 可以看出, k_{1p} 、 k_{2p} 两线与 x 坐标轴的交点正是布儒斯特角 $i_B \approx 56.3^\circ$,有

(1) 当入射角小于布儒斯特角 i_B 时, $\varphi_{k_{2p}} = \pi$, $\varphi_{k_{1p}} = 0$, $\varphi_{k_{2s}} = 0$, $\varphi_{k_{1s}} = \pi$,故 $\delta(\Delta\varphi) = 2\pi$,两套条纹完全重合。

(2) 当入射角大于布儒斯特角 i_B 时, $\varphi_{k_{2p}} = 0$, $\varphi_{k_{1p}} = \pi$, $\varphi_{k_{2s}} = 0$, $\varphi_{k_{1s}} = \pi$,故 $\delta(\Delta\varphi) = 0$,两套条纹也

是完全重合。

(3) 当入射角等于布儒斯特角 i_B 时, 此时 1 光和 2 光都只有 s 分量, 总光场仍可看成 p 光干涉场中光强为零的“明纹”与 s 光干涉明纹叠加, 光强为零的暗纹与 s 光干涉暗纹叠加。

2 干涉场的衬比度

在光场测量中, 干涉场的衬比度是一个较复杂的量, 它受很多因素的影响。上述我们已分析了薄膜干涉场的光强分布, 影响薄膜干涉场的主要因素有入射角以及薄膜材料与背景材料的折射率对比, 下面我们分析薄膜干涉的衬比度与入射角和折射率对比之间的关系。

2.1 衬比度与入射角之间的关系

如前所述, 1 光和 2 光的平行分量在无穷远处发生干涉的光强最大值和最小值分别为: (设 $E^2 = i_0$)

$$I_{p\max} = (|k_{1p}| + |k_{2p}|)^2 i_0 \quad (17)$$

$$I_{p\min} = (|k_{1p}| - |k_{2p}|)^2 i_0 \quad (18)$$

1 光和 2 光的垂直分量在无穷远处发生干涉的光强最大值和最小值分别为

$$I_{s\max} = (|k_{1s}| + |k_{2s}|)^2 I_0 \quad (19)$$

$$I_{s\min} = (|k_{1s}| - |k_{2s}|)^2 I_0 \quad (20)$$

由上述证明, 平行分量干涉条纹与垂直分量干涉条纹是重合的, 因此^[7]

$$I_{\max} = I_{p\max} + I_{s\max} \quad I_{\min} = I_{p\min} + I_{s\min}$$

则衬比度 γ 为

$$\gamma = \frac{2|k_{1p}k_{2p}| + 2|k_{1s}k_{2s}|}{|k_{1p}|^2 + |k_{2p}|^2 + |k_{1s}|^2 + |k_{2s}|^2} \quad (21)$$

其中 $k_{1p}, k_{1s}, k_{2p}, k_{2s}$ 由式(5) ~ (8) 确定。选取 $n_1 = 1, n_2 = 1.5$, 借助 MATLAB 进行仿真衬比度随入射角的变化, 结果如图 3 所示。

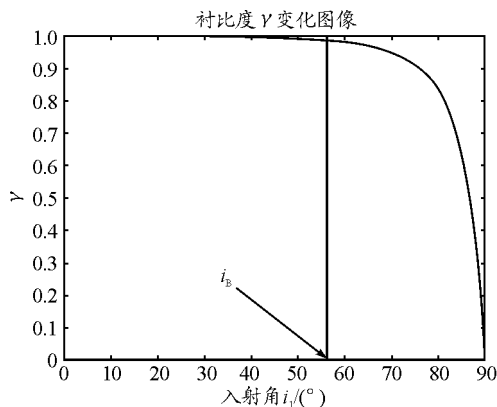


图 3 γ 随入射角 i_1 变化

从图中可以看到, 衬比度 γ 在入射角 i_1 小于布儒斯特角 i_B (56.3°) 时是非常接近于 1 的, 在大于 56.3° 之后则急剧下降至零。为分析产生这一变化规律的原因, 我们计算了 $|k_{1p}|, |k_{2p}|, |k_{1s}|, |k_{2s}|$ 随入射角 i_1 的变化如图 4 和图 5 所示。

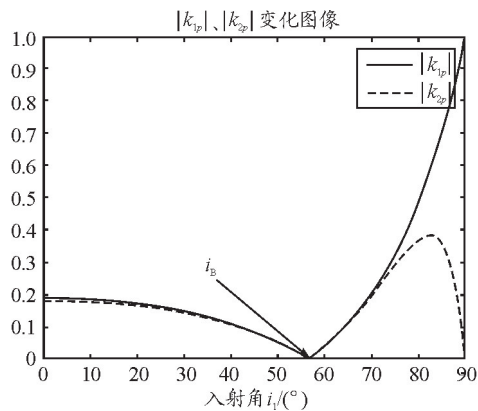


图 4 $|k_{1p}|, |k_{2p}|$ 随入射角 i_1 变化图像

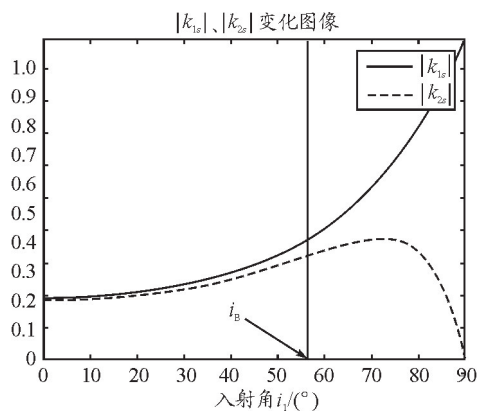


图 5 $|k_{1s}|, |k_{2s}|$ 随入射角 i_1 变化图像

从图 4 和图 5 中可以看到, 当入射角小于临界角 i_B 时, 薄膜上下表面两束反射光的 p 分量和 s 分量振幅都非常接近; 而当入射角大于临界角 i_B 时, 两束光的 p 分量振幅和 s 分量振幅的差距都随入射角的增大而增大。因此, 当入射角小于临界角 i_B 时, 干涉场的衬比度接近于 1; 当入射角大于临界角 i_B 时, 衬比度随入射角的增加而减小, 并随入射角的增大急剧下降。

2.2 衬比度与薄膜折射率的关系

折射率是光学材料的重要指标, 在薄膜反射中, 薄膜和背景材料的折射率差严重影响着表面的反射效率。下面以菲涅尔公式为基础, 研究薄膜干涉场的衬比度与薄膜折射率之间的关系。仍然考查 1 光在

A点的复振幅、2光在D点的复振幅,如式(1)~(4)所示.记

$$I_0 = E^2 (|k_{1p}|^2 + |k_{2p}|^2 + |k_{1s}|^2 + |k_{2s}|^2) \quad (22)$$

$$I_p = 2E^2 |k_{1p}k_{2p}| \quad (23)$$

$$I_s = 2E^2 |k_{1s}k_{2s}| \quad (24)$$

因为p分量与s分量相互正交,因此,干涉场的总光强等于两者非相干叠加

$$I(P) = I_p(P) + I_s(P) = \{I_0 + I_p \cos(\Delta\varphi_p + \delta(P)) + I_s \cos[\Delta\varphi_s + \delta(P)]\} \quad (25)$$

其中, $\Delta\varphi_p = \varphi_{2p} - \varphi_{1p}$, $\Delta\varphi_s = \varphi_{2s} - \varphi_{1s}$, $\delta(P)$ 是场点相移.

$$\text{令 } \varphi_a = \frac{\Delta\varphi_p + \Delta\varphi_s}{2}$$

$$\Delta\varphi_a = \frac{\Delta\varphi_s - \Delta\varphi_p}{2} = \frac{\Delta\varphi_{sp}}{2}$$

$$\text{则 } \Delta\varphi_p = \varphi_a - \Delta\varphi_a$$

$$\Delta\varphi_s = \varphi_a + \Delta\varphi_a$$

光强分布函数可写为

$$I(P) = I_0 + I_p \cos[\varphi_a + \delta(P) - \Delta\varphi_a] + I_s \cos[\varphi_a + \delta(P) + \Delta\varphi_a] = I_0 + (I_p + I_s) \cos(\Delta\varphi_a) \cos[\varphi_a + \delta(P)] + (I_p - I_s) \sin(\Delta\varphi_a) \sin[\varphi_a + \delta(P)] = I_0 + \sqrt{I_p^2 + I_s^2 + 2I_p I_s \cos(\Delta\varphi_{sp})} \cdot \cos[\varphi_a + \delta(P) - \varphi_b] \quad (26)$$

$$\text{其中, } \tan(\varphi_b) = \frac{(I_p - I_s) \sin(\Delta\varphi_a)}{(I_p + I_s) \cos(\Delta\varphi_a)}$$

结合衬比度 γ 的定义,可得

$$\gamma = \frac{\sqrt{I_p^2 + I_s^2 + 2I_p I_s \cos(\Delta\varphi_{sp})}}{I_0} \quad (27)$$

其中, I_0 、 I_p 、 I_s 由式(22)、式(23)、式(24)确定,它们都是折射率 n_2 、入射角 i_1 的函数.

为方便起见,取薄膜背景材料的折射率 $n_1 = 1$,讨论薄膜折射率 n_2 变化范围为 $n_2 \in [1.5, 4]$,薄膜折射率变化梯度为 0.5,图6描述了衬比度 γ 在不同折射率下随入射角 i_1 的变化关系.

图6中标“·”号的点表示在对应折射率下,当入射角为布儒斯特角时 γ 的值.从图中可看出,随着薄膜折射率逐渐增大,布儒斯特角增大,且干涉场的衬

比度降低,当折射率增大到4时,以布儒斯特角入射时,光场的衬比度降至0.4左右.

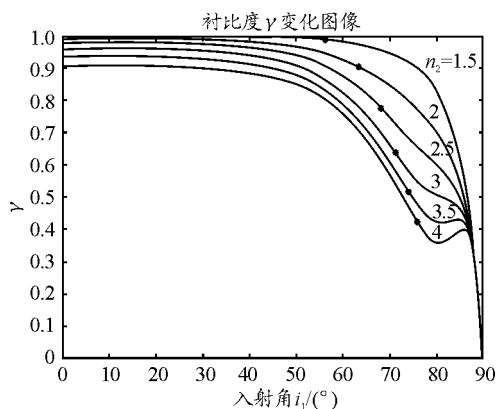


图6 不同折射率下衬比度 γ 随入射角 i_1 变化图像

另外,在图6中还可以看出,当折射率较大时,比如为3.5或者4,光场的衬比度并非单调递减,而是在入射角为80°左右时开始上升,最终在85°左右形成一个“鼓包”,为探究“鼓包”的形成原因,我们计算了 $n_2 = 4$ 时 $|k_{1p}|$ 、 $|k_{2p}|$ 、 $|k_{1s}|$ 、 $|k_{2s}|$ 随入射角 i_1 的变化图像如图7和图8所示.

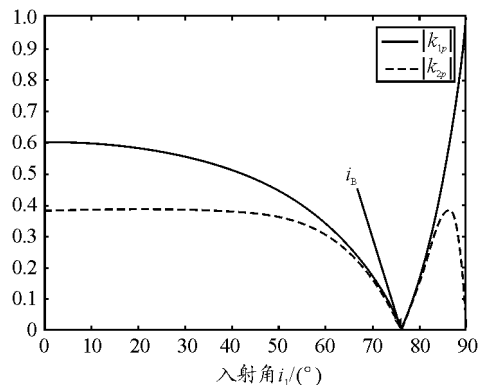


图7 $|k_{1p}|$ 、 $|k_{2p}|$ 随入射角 i_1 变化图像

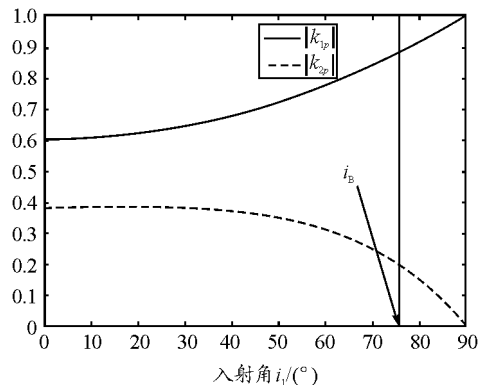


图8 $|k_{1s}|$ 、 $|k_{2s}|$ 随入射角 i_1 变化图像

从图中可以看到,在 $i_1 \in [i_B, 85^\circ]$ 的区间内,两个 p 分量振幅迅速增加且大小几乎相同,可认为 $|k_{1p}| = |k_{2p}| = k$, 它们是此区间内的快变因子. 相较于两个 p 分量,两个 s 分量在此区间内的变化程度就要小的多,且在薄膜的上下表面. 两个 s 分量的反射率差别较大,它们是此区间内的慢变因子,令 $|k_{1s}| = a$, $|k_{2s}| = b$. 总干涉场的衬比度 γ 可用式(21)进行计算得

$$\gamma = \frac{2|k_{1p}k_{2p}| + 2|k_{1s}k_{2s}|}{|k_{1p}|^2 + |k_{2p}|^2 + |k_{1s}|^2 + |k_{2s}|^2} = 1 - \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2k^2 + a^2 + b^2} \quad (28)$$

由于 $a \neq b$, 因此 $a^2 + b^2 - 2ab > 0$, 即分子为正且不变,分母则是急剧增大,所以 γ 随入射角增大而增大,这就是为什么在入射角大于布儒斯特角后,衬比度在小的入射角度范围内出现回升,进而形成“鼓包”的原因.

3 结束语

本文研究了一束自然偏振光,经平行薄膜上下两个表面反射后干涉的衬比度问题. 研究发现,当薄膜与背景材料的折射率相差不大时,当入射角小于临界角时,两束出射光的干涉衬比度接近于 1,可以观察到清晰的干涉条纹;但是当入射角大于临界角

时,衬比度随入射角的增大而急剧下降. 当薄膜与背景材料的折射率差别较大时,薄膜反射干涉场的衬比度普遍下降,这些结论无论是在光学的理论教学,还是基于干涉的测量与制造技术中,都具有非常重要的意义. 尽管由于实验条件受限无法通过实验来对仿真结论进行验证,但是研究用到的各项理论均有广泛的应用基础,推理过程也细致明了,结论具有可靠性和完备性.

参考文献

- [1] 张兆奎, 缪连元, 张立. 大学物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2016: 235 - 258.
- [2] 梁铨廷. 物理光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012: 142 - 155.
- [3] 吕乃光. 信息光学[M]. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2019: 107 - 109.
- [4] 钟锡华. 现代光学基础[M]. 2 版. 北京: 北京大学出版社, 2012: 231.
- [5] 王钢, 方奕忠. 用迈克尔逊干涉仪测双光源等厚干涉及其波长差[J]. 大学物理实验, 2014, 27(6): 37 - 40.
- [6] 王守智. 计算机模拟光束参数对干涉法制备光学微结构的影响[D]. 青岛: 青岛科技大学, 2014.
- [7] 钟锡华. 现代光学基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 2012.

Research on Contrast Ratio of Thin Film Interference

DAI Zhanfeng SHU Junnan LIU Jiarui CUI Bin

CAI Yuanyuan ZOU Bin GUO Honglian CHEN Xiao WANG Yiquan

(College of Science, Minzu University of China, Beijing 100081)

Abstract: In the teaching of thin film interference, teachers and students often focus on the interference distribution. The contrast ratio of the interference fringes, which is often less discussed, is important for the measurement and manufacturing based on interference. According to the Fresnel reflection theory, this paper investigates the contrast ratio of thin film interference from two aspects. One is the refractive index difference between the thin film and background material, the other is the incident angle of light on the thin film. Some important results have been achieved, which will help students understand thin film interference, precision measurement, and micro-structure fabrication based on interference.

Key words: thin film interference; contrast ratio; interference fringe