

# 基于 GeoGebra 软件对共点力的动态平衡问题的可视化教学

张海锋

(广东肇庆中学 广东 肇庆 526060)

(收稿日期:2024-03-28)

**摘要:**共点力的动态平衡问题是高考热点,也是教学的重点与难点.以“共点力的动态平衡问题”习题教学为例,运用 GeoGebra 软件模拟不同受力特征下物体平衡的受力情况,将共点力的动态平衡变化过程可视化,帮助学生建立清晰的物理动态过程,降低教学中学生的理解难度和教师的教学难度.

**关键词:**GeoGebra 软件;共点力;动态平衡问题;可视化

## 1 引言

物理学中通过控制某些物理量,使物体的状态缓慢地发生变化,物体在这一变化过程中始终处于平衡状态,这个过程称为动态平衡<sup>[1]</sup>.共点力的动态平衡问题是高中物理教学的重点与难点.从逻辑思维的角度分析,物体动态平衡的受力情况会随着某个力的大小、方向以及两个力之间的关联等改变而改变,要求学生需要有较强的逻辑思维能力和较好的动态想象力才能得出物体受力的变化规律.从数学方法的运用角度分析,学生除了需要做出动态过程的受力分析并进行力的合成与分解,还需要根据力的角度的变化结合三角函数、正弦定理以及相似三角形规律等分析才能得到力的大小变化情况,对学生的数学水平有一定的要求.

利用 GeoGebra 软件对物体动态平衡的受力分析进行追踪,使各力的变化情况宛然在目,大大降低学生理解共点力的动态平衡问题的难度,同时能够加强学生对物理模型的理解与运用能力,提高学生对基础问题的理解能力,培养其由易入难掌握此类问题的要领和处理此类问题的能力.

笔者以“共点力的动态平衡问题”习题教学为例,将抽象的动态平衡受力变化情况以动态的形式呈现在学生面前,高效地帮助学生理解物理过程、构建物理模型,提升学生将抽象问题形象化的能力.

## 2 习题可视化教学设计思路

共点力的动态平衡问题通常以限定词的方式给出,如“缓慢移动”;其受力特征则需要提取,如“用水平向左的力”“物体一直在光滑固定斜面上”表明动态变化过程中拉力、支持力的方向不会发生改变,又如“绳子  $OM$  与  $MN$  之间的夹角为  $\alpha$ . 现将重物向右上方缓慢拉起,并保持夹角  $\alpha$  不变”,表明动态变化过程中两绳子拉力夹角不会发生改变.

在教学过程中,教师需要引导学生学会分析提取动态变化过程的受力特征,结合受力分析和力的合成与分解构建物理模型,帮助学生完成物理情景的再现,感受物体受力动态变化的过程,最后结合数学几何关系和相关物理知识解题<sup>[2]</sup>.习题教学的设计思路如图 1 所示.

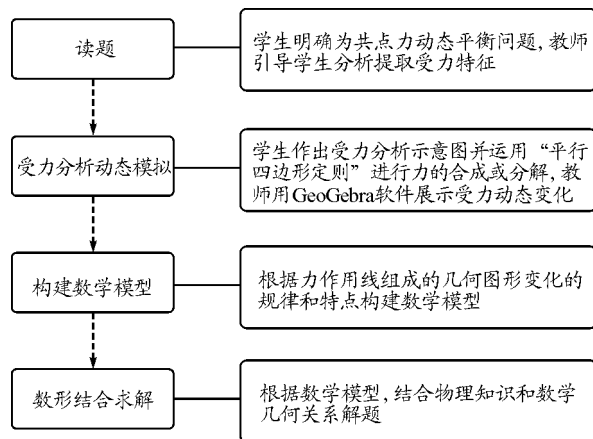


图 1 教学设计思路

### 3 应用 GeoGebra 软件进行共点力的平衡问题教学

**类型一:**重力不变,其余两个力有一个力的方向变化,另一个力的方向不变。

**【例 1】(多选)** 如图 2 所示,甲乙两轻绳连接重物于  $O$  点,重物始终在同一位置处于静止状态,轻绳甲与竖直方向夹角始终为  $30^\circ$ ,轻绳乙从水平方向逆时针缓慢旋转至竖直过程中,轻绳甲对重物的弹力为  $T_1$ ,轻绳乙对重物的弹力为  $T_2$ ,物体所受的重力大小为  $G$ ,下列说法正确的是( )

- A.  $T_1$  先增大后减小
- B.  $T_2$  先减小后增大
- C.  $T_2$  的最小值为  $\frac{G}{2}$
- D.  $T_1$  与  $T_2$  的合力增大

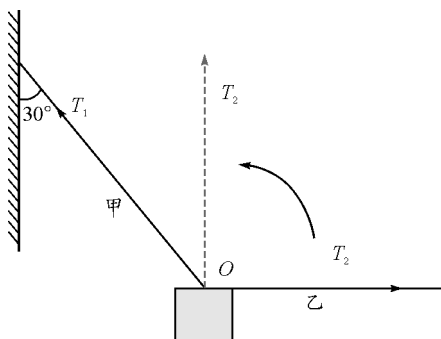


图 2 例 1 题图

**读题:**学生读题根据“轻绳甲与竖直方向夹角始终为  $30^\circ$ ”,可知轻绳甲对重物的弹力  $T_1$  的方向不变,根据“轻绳乙从水平方向逆时针缓慢旋转至竖直”可知物体一直处于平衡状态,即物体所受合外力为零,问该过程中轻绳甲对重物的弹力  $T_1$ 、轻绳乙对重物的弹力  $T_2$  的大小变化情况。

**受力分析动态模拟:**学生作出受力分析图示,并根据“平行四边形定则”将轻绳甲对重物的弹力  $T_1$  与轻绳乙对重物的弹力  $T_2$  进行矢量合成,得到的合力与物体重力  $G$  大小相等、方向相反,然后推测轻绳乙从水平方向逆时针缓慢旋转至竖直过程中,物体的受力分析示意图会呈现怎样的变化。之后,教师运用 GeoGebra 软件展示物体的受力分析示意图随着轻绳乙的旋转而变化的动态过程,并且  $T_1$  与  $T_2$  大

小变化情况以具体数值呈现<sup>[3]</sup>,如图 3 所示。

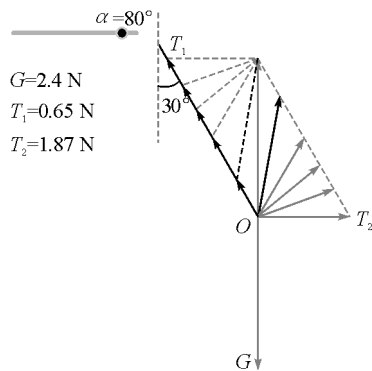


图 3 受力分析动态图

**构建数学模型:**在平行四边形中,将轻绳乙对重物的弹力  $T_2$  平移到对边,使得轻绳甲对重物的弹力  $T_1$ 、轻绳乙对重物的弹力  $T_2$  及两者合力构成三角形,随着弹力  $T_2$  的方向改变从而构建出动态三角形模型,如图 4 所示。

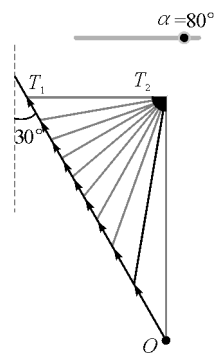


图 4 动态三角形模型图

**数形结合求解:**根据三角形的边长表示对应的力的大小,可知轻绳甲对重物的弹力  $T_1$  一直减小,轻绳乙对重物的弹力  $T_2$  先减小后增大,且当  $T_1$  与  $T_2$  相互垂直时,  $T_2$  有最小值,由三角函数关系有

$$T_{2\min} = G \sin 30^\circ$$

解得

$$T_{2\min} = \frac{G}{2}$$

**类型二:**重力不变,其余两个力方向均变化,两个力的方向夹角不变。

**【例 2】(多选)** 如图 5,柔软轻绳  $ON$  的一端  $O$  固定,其中间某点  $M$  拴一重物,用手拉住绳的另一端  $N$ 。初始时,  $OM$  竖直且  $MN$  被拉直,  $OM$  与  $MN$  之间的夹角为  $\alpha$  ( $\alpha > \frac{\pi}{2}$ )。现将重物向右上方缓慢拉起,并保持夹角  $\alpha$  不变。在  $OM$  由竖直被拉到水平的

过程中( )

- A. MN 上的张力逐渐增大
- B. MN 上的张力先增大后减小
- C. OM 上的张力逐渐增大
- D. OM 上的张力先增大后减小

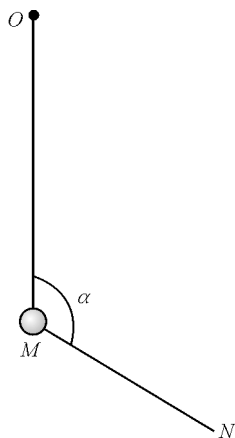


图5 例2题图

**读题:**学生读题根据“现将重物向右上方缓慢拉起”可知物体一直处于平衡状态,即物体所受合外力为零,根据“OM 与 MN 之间的夹角为  $\alpha$ ”及“保持夹角  $\alpha$  不变”可知 MN 与 OM 上的张力夹角不变,问 OM 由竖直被拉到水平的过程中 MN 与 OM 上的张力大小变化情况。

**受力分析动态模拟:**学生作出受力分析图示,并根据“平行四边形定则”将 MN 上的张力  $T_{MN}$  与 OM 上的张力  $T_{OM}$  进行矢量合成,得到的合力与重物重力  $G$  大小相等、方向相反,然后推测 OM 由竖直被拉到水平的过程中,物体的受力分析示意图会呈现怎样的变化.之后,教师运用 GeoGebra 软件展示物体的受力分析示意图随着 OM 方向变化的动态过程,并且  $T_{MN}$  与  $T_{OM}$  大小变化情况以具体数值呈现,如图 6 所示。

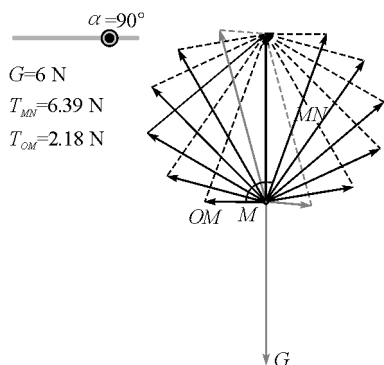


图6 受力分析动态图

**构建数学模型:**在平行四边形中,将 OM 上的张力  $T_{OM}$  平移到对边,使得 OM 上的张力  $T_{OM}$ 、MN 上的张力  $T_{MN}$  及两者合力构成三角形,根据 OM 与 MN 之间的夹角为  $\alpha$  保持不变,可得三角形中两张力的夹角恒为  $(\pi - \alpha)$ ,且该夹角对应的边长也恒定,利用数学上的同一弦所对的圆周角相等可知两张力的交点的集合为一段圆弧,由此构建出辅助圆模型,即两张力及其合力构成三角形的外接圆,如图 7 所示。

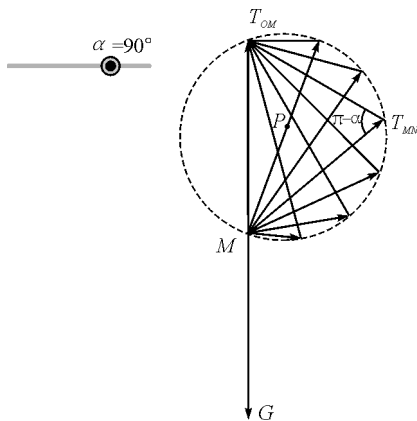


图7 辅助圆模型图

**数形结合求解:**在辅助圆内,根据圆周角越靠近  $90^\circ$  所对的弦越长, MN 上的张力  $T_{MN}$  一直在增大,且当 OM 被拉到水平时(此时 OM 上的张力  $T_{OM}$  与合力垂直,即 MN 上的张力  $T_{MN}$  所对的圆周角为  $90^\circ$ ) MN 上的张力  $T_{MN}$  最大; OM 上的张力  $T_{OM}$  先增大后减小,且当 MN 被拉到水平时(此时 MN 上的张力  $T_{MN}$  与合力垂直,即 OM 上的张力  $T_{OM}$  所对圆周角为  $90^\circ$ ) OM 上的张力  $T_{OM}$  最大。

**类型三:**重力不变,其余两个力方向均变化,两个力的方向夹角变化。

**【例3】**如图 8 所示,绳与杆均不计重力,A 端用铰链固定,滑轮 O 在 A 点正上方(滑轮大小及摩擦均可忽略),B 端吊一重物 P,现施加拉力  $F_T$  将 B 端缓慢上拉(均未断),两段绳子结点在 B 端处.在杆达到竖直前( )

- A. 绳子拉力大小不变
- B. 绳子拉力越来越大
- C. 杆的弹力大小不变
- D. 杆的弹力越来越大

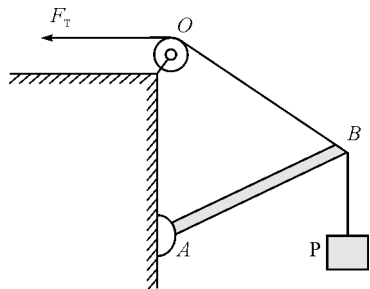


图8 例3题图

**读题：**学生读题根据“A端用铰链固定”可知AB为一自由杆，即杆的弹力方向始终沿AB方向，根据“施加拉力 $F_T$ 将B端缓慢上拉”可知重物P一直处于平衡状态，即重物所受合外力为零，问该过程中轻绳绳子拉力、杆的弹力的大小变化情况。

**受力分析动态模拟：**以悬挂重物的轻绳及重物整体为研究对象，学生作出受力分析图示，并根据“平行四边形定则”将绳子拉力 $F_T$ 与杆的弹力 $F_{AB}$ 进行矢量合成，得到的合力与重物重力 $G$ 大小相等、方向相反，然后推测将轻杆B端缓慢上拉过程中，物体的受力分析示意图会呈现怎样的变化。之后，教师运用GeoGebra软件展示物体的受力分析示意图随着轻杆B端缓慢上拉而变化的动态过程，并且 $F_T$ 与 $F_{AB}$ 大小变化情况以具体数值呈现，如图9所示。

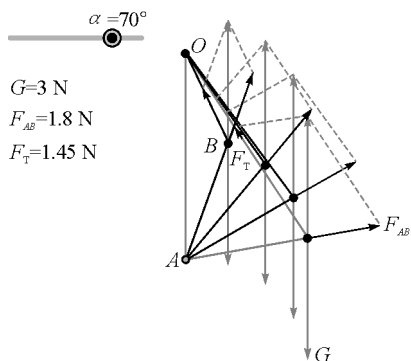


图9 受力分析动态图

**构建数学模型：**在平行四边形中，将绳子拉力 $F_T$ 平移到对边，使得绳子拉力 $F_T$ 、杆的弹力 $F_{AB}$ 及两者合力构成三角形，随着B端缓慢上拉，对于所构成的力学三角形，一直满足绳子拉力 $F_T$ 与轻绳OB平行、杆的弹力 $F_{AB}$ 与轻杆AB平行、合力与OA平行，因此可以得到所构成的力学三角形与几何三角形OAB对应角相等，由此构建出力学三角形与几何三角形相似的模型，如图10所示。

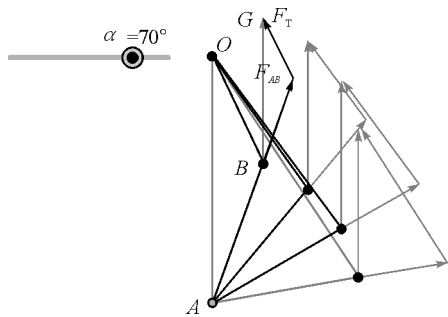


图10 相似三角形模型图

**数形结合求解：**根据相似三角形对应边成比例的性质，可得

$$\frac{G}{OA} = \frac{F_{AB}}{AB} = \frac{F_T}{OB}$$

在B端缓慢上拉过程中，绳子拉力与杆的弹力的合力大小一直不变，等于重物重力 $G$ ，OA间距离及杆的长度 $AB$ 均不变，OB段绳长逐渐减小，根据上面所列比例式可以得到绳子拉力 $F_T$ 越来越小、杆的弹力 $F_{AB}$ 大小不变。

#### 4 结束语

利用GeoGebra软件的动态画板功能，将共点力动态平衡问题中的“重力不变，其余两个力有一个力的方向变化，另一个力的方向不变”“重力不变，其余两个力方向均变化，两个力的方向夹角不变”“重力不变，其余两个力方向均变化，两个力的方向夹角变化”3种情形<sup>[4]</sup>的受力分析情境再现，为学生创设可视化的教学情境，降低习题教学中学生的理解难度。同时，运用GeoGebra软件的几何功能，将数学与物理紧密结合，提升学生从物理到数学的构建模型能力，培养学生从数学回归物理的思维能力，使其能灵活运用数学工具解决物理问题。

#### 参考文献

- [1] 孙永红. 用“旋线法”破解动态平衡问题[J]. 中学物理教学参考, 2023(4): 56-57.
- [2] 元瑶, 高丽宇, 乐露露, 等. 基于GeoGebra软件的有界磁场临界问题的可视化教学[J]. 物理通报, 2022(12): 29-34.
- [3] 张琬婕, 何文学. 基于GeoGebra软件的高中物理可视化教学探讨[J]. 中学教学参考, 2022(11): 52-54.
- [4] 于正华, 徐玉琴. 剖析常见的三力动态平衡问题[J]. 广东教育·高中, 2023(9): 67-70.