

普朗克常量 h 的物理学意义

刘卫芳

(天津大学理学院 天津 300072)

(收稿日期:2016-04-21)

摘要:普朗克常量 h 是能量量子化概念的基石,更是理解量子力学诸多内容的关键,本文从4个方面介绍了普朗克常量的意义和应用,包括其在量子力学两种形式中的基础作用、对量子化概念发展的帮助、改变对物质世界连续性认识的启发以及质量新标准建立中的作用.

关键词:普朗克常量 量子力学 量子化

1 普朗克常量 h 的历史发现

普朗克常量 h 的发现是20世纪物理学最伟大的发现之一,它是1900年12月14日普朗克发表在《物理学杂志》上的一篇论文中通过公式 $E=h\nu$ 首次亮相的.正是这一常量的发现,奠定了量子理论的基础,并从此开创了现代物理学的新纪元.普朗克常量 h 的发现为人们打开了微观世界的大门, h 的出现成为近代物理学的象征,导致后来量子论的诞生并构成自然秩序理想的基本要素.

物理学中的诸多基本常数被发现的途径不外乎通过实验观测直接提出或通过理论推导间接引入两种方式,前者包括如光速 c ,基本电荷 e ,电子质量 m_e ,真空磁导率 μ_0 ,真空电容率 ϵ_0 ,法拉第常数 F ,里德伯常量 R 等,后者包括如牛顿引力常量 G ,摩尔气体常数 R ,阿伏加德罗常数 N_A ,玻尔兹曼常数 k_B 等.这些常数的提出或引入皆易于理解和接受,但普朗克常量 h 的出现既不是通过实验观测直接提出也不是在理论推导中间接引入.它是普朗克在不情愿的情况下,为了圆满解释实验观测的数据曲线,凭着他的智慧创造性地提出的.

彼时普朗克正在研究关于物体热辐射之规律,即关于特定温度的物体放出的热辐射在不同频率(或波长)上的能量分布规律.为了得到与实验观测曲线精确吻合的数学公式,普朗克猜想到,既然物质是由原子或分子组成的,例如水是以体积极小的水分子为构成基元,一滴水中就包含着数量惊人(约

10^{21} 个)的水分子;普朗克想,“类似地如果热辐射中电磁辐射的能量也像水一样是由基元构成的,即存在能量的最小单位会怎样?”经过一番推导后他指出必须假设在光波的发射和吸收过程中,能量变化是不连续的,即物体通过分立跳跃非连续地改变它们的能量,能量值只能取某个最小能量元的整数倍.此即能量量子化假设,其中最小能量元被称为能量量子, $E=h\nu$,常量 h 为普朗克常量,当前的推荐值为 $6.626\ 196 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (即 $6.626\ 196 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$,因为 $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$).

2 普朗克常量 h 对大学物理教学的重要意义

物理常数决定着宇宙物质结构的层次,代表着宇宙中一些绝对不可逾越的界限^[2].20世纪物理学理论革命的标志是相对论和量子力学的诞生.这两个理论各自提出一个不可逾越的普通常量——真空中的光速 c 和普朗克常量 h .而大学物理的诸多课程若以时间前后为依据,可以分为经典物理和近代物理.经典物理主要指1900年以前的牛顿力学、电磁学和热力学与统计物理学.近代物理主要是指19世纪末和20世纪初开始形成的相对论和物质的微观结构理论——原子分子物理、原子核物理、粒子物理和固体物理.经典物理和近代物理二者之间可以用普朗克常量的出现为分水岭.对于大学物理课程中的近代物理部分教学,若厘清了普朗克常量提出的前因后果,就可以把握住热力学与统计物理学的精髓;懂得了普朗克常量对量子力学、半导体科技

革命等科学发展的意义,及其对宇宙物质存在和生命本身的重要意义^[1],就抓住了近代物理的纲领,纲举则目张,对近代物理部分的教与学皆大有裨益.下面笔者尝试从以下几个方面介绍普朗克常量的应用和意义.

3 普朗克常量的应用及意义

3.1 普朗克常量是量子力学及其应用之基

决定我们所处的物质世界结构的普通常数中,真空中光速 c 是最为大家所熟悉的,这部分源于爱因斯坦质能方程 $E = mc^2$ 的影响.相比之下,普朗克常量 h 不为大众熟悉.但作为界定物质世界的物质结构层次界限的普通常量,它是整个量子力学理论的重要基石和核心要素,只有踏着普朗克常量这个基石,才能走进量子力学的大门;而基于量子力学发展起来的半导体科技革命诸如晶体管、集成电路、芯片等电子元件的发明更是极大地改变了人类的生活^[2].纵观量子力学的主要内容,随处皆可见到普朗克常量 h 的出现,及其扮演的重要角色.若没有普朗克常量 h ,人类认识微观世界的量子力学理论体系将是无源之水、无本之木.

量子力学包括矩阵力学和波动力学两种形式,其中皆可看到普朗克常量的重要作用.1925年,德国物理学家海森伯(W. Heisenberg, 1901 ~ 1976年)在玻尔(Nies Bohr, 1885 ~ 1962年)原子理论基础上,针对其模型中的电子轨道等物理量无法直接观察的弊端,秉承“物理理论应当基于可观测量”之原则对其理论进行发展,创造性地建立了一个新理论,其中仅仅包含将原子光谱实验中可观测的物理量,如光谱线的频率、强度等,并将其与原子模型中的参量对建立关联.矩阵力学认为关于运动的经典概念皆不适用于微观的粒子,所以必须摒弃玻尔原子模型中的轨道概念;在原子中电子的运动轨迹并非为明确的轨道,而是一定范围内的轨域;其对于时间的傅里叶变换仅仅对应于光谱中观察到离散的频率,从而将可观测物理量与不同轨道(或态)之间的跃迁相关联.由于描述不同状态之间跃迁需要借助于数学中的矩阵来完成,所以矩阵形式的量子力学应运而生.在矩阵运算中,借助换算关系

$$[a, b] \rightarrow 2\pi \frac{ab - ba}{ih}$$

海森伯用泊松括号表达了量子力学的运动方程,即 $q = [q, H], P = [P, H]$,其中 H 为量子体系的哈密顿(W. R. Hamilton, 1805 ~ 1865年)矩阵.从而海森伯便可以把完备的动力学体系对应到矩阵力学的框架中,将哈密顿建立的动力学方程写成

$$\frac{du}{dt} = [u, H] = 2\pi \frac{uH - Hu}{ih}$$

其中 H 是哈密顿力学体系的总能量.可见,普朗克常量 h 的引入是建立矩阵力学理论的必要基石.

量子力学理论另一形式的是波动力学.它是奥地利物理学家薛定谔(E. Schrödinger, 1887 ~ 1961年)在德布罗意(de Broglie, 1892 ~ 1987年)物质波理论基础于1925年建立起来的.德布罗意提出的物质波概念指出任何物体的运动都会伴随以波,无法将波动与物质的运动区分开来,相对于宏观体系,微观粒子体系的波动性比较明显.受到德布罗意观点的启发,薛定谔尝试构建波函数的波动力学理论.在引入了算符,即动量算符

$$\mathbf{p} \rightarrow \frac{-ih}{2\pi} \left(\mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

与能量算符

$$E \rightarrow \frac{ih}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t}$$

对波函数 $\Psi(x, y, z, t)$ 的作用后,依据粒子体系总能量守恒之原理

$$E = \frac{p^2}{2m} + u(r)$$

其中 $u(r)$ 表示势能项,可以得到波函数 $\Psi(x, y, z, t)$ 随着时间的演变规律,即

$$\frac{h^2}{8m\pi^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi - u(r)\Psi = -\frac{ih}{2\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

从而建立起波动形式的量子力学基本方程——薛定谔方程.该方程提出过程中的关键是算符的引入,其中普朗克常量 h 的作用至关重要.

通过以上分析可知,海森伯通过泊松括号的变换,抑或薛定谔通过算符介绍,皆是将普朗克常量 h 引入才建立起量子力学的运动方程.可见量子力学理论中普朗克常量 h 的基石与灵魂的作用不可或缺.为什么矩阵力学或波动力学都必需引入普朗克

常量 h 呢? 因为 h 是量子概念的靈魂和基准.

3.2 普朗克常量 h 是量子概念的基准

普朗克常量 $h = 6.626\ 196 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 它的量纲是(能量 \times 时间) 或角动量, 此乃作用量的量纲. 这表明 h 是作用量的最小单元, 故 h 也称作“作用量子”. 量子力学中产生的诸多量子概念截然区别于经典物理概念, 因为他们皆与普朗克常量 h 有着密切关系, 所以 h 成为区分经典与量子物理的基准.

1913年玻尔提出的原子理论超越了前人经典理论. 他认为原子的轨道半径和能量只能具有分立的值. 例如 $r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \cdot n^2$, 其中 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 正如金斯所言, 虽然 h 数值很小, 但是我们应承认它关系到宇宙的存在. 若 h 严格地等于零, 宇宙间的物质能量将会在十亿分之一秒的时间内全部变成为辐射^[3]. 同时电子轨道角动量的数值大小、轨道角动量的空间取向、自旋角动量也是量子化的. 这些量子化条件须以普朗克常量 h 为基准.

德布罗意在1924年提出的物质波理论中指出, 物质波的波长可以表示为 $\lambda = \frac{h}{p}$, 其能量可表示为 $E = h\nu$, 其中 p 和 ν 分别对应于粒子的动量和频率. 将描述波动行为的特征物理量(频率和波长)与描述粒子行为的物理量(能量和动量)用公式相联系, 表明物质波的波粒二象性. 其中起到桥梁作用、联系二者的是普朗克常量 h . 海森伯于1927年提出的不确定性原理(Uncertainty principle)是量子理论的一条基本原理. 该原理指出, “不能以任意高的精确度同时测量粒子的两个共轭变量的物理性质”. 什么样的变量对之间是共轭的物理量呢? 二者之间满足正则对易关系, 例如位置和动量之间不互相对易, 满足正则对易关系, 以方程表示为

$$[x, p] = xp - px = \frac{i\hbar}{2\pi}$$

例如, 粒子动量与坐标, 能量与时间的不确定性关系表示为

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}$$

此处测量的精确度是以普朗克常量 h 数量级来定义的. 因为 h 的数量级是 $10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 所以这种测量上的不确定性在宏观物体的运动中难以觉察到, 只有到了微观体系时候, 这种不确定性才会显露出来.

3.3 普朗克常量 h 改变了人类对世界连续性的认识

几千年来人类关于自然界是连续还是间断的争论一直存在着, 曾经引起了诸多古圣先贤的遐想和思索. 连续性方面西方世界中最具代表性的观点包括古希腊时期德谟克里特的原子论, 它认为自然界是间断和不连续的、由最小的基本单元——原子构成; 我国春秋战国时期的惠施曾言道, “至大无外, 谓之大一; 至小无内, 谓之小一”; 同时期的墨子曾言“端、体之无序(疑为厚之误)而最前者也”表明其也主张自然界具有构成的单元. 间断性方面西方世界里最具代表性的观点是古希腊亚里士多德的自然观, 他指出, “一切量都是连续的”. 莱布尼兹也曾说, “自然界无飞跃”, 并将这种无飞跃的连续性称作“连续律”. 我国《庄子·天下》文中曾记载, “一尺之捶(杖), 日取其半, 万世不竭”(或为公孙龙所言). 古希腊毕达哥拉斯学派秉承万物可数、连续的观点得到牛顿和莱布尼兹(自然界不做跳跃)的继承和光大, 后来的麦克斯韦构建的电磁场理论更使得自然界连续性观点广为接受.

宏观世界的日常经验感似乎告诉我们, 物质的重量、面积等是能无限细分下去的, 同时物体运动轨迹也是光滑不间断的. 为了获得黑体辐射公式的物理机制解释, 普朗克假定能量子以有限个数的方式分给具有相同频率的一群振子中的个别振子, 此类分配方式服从概率论. 如果黑体辐射中能量的分布是连续的, 则需用求积分导出的能量均分原理表征辐射的能量, 就无法得到与实验观测曲线拟合精确的数学公式. 该能量量子化的提出是忠实于实验观测的不二选择, 是忠实于客观事实的无奈之举, 更是普朗克纠结数月甚至数年苦苦探索、深沉思考的智慧产物. 但普朗克的能量子概念的提出动摇了几千年来物质世界连续性的观念.

另外, 普朗克还结合引力常量 G , 光速 c 和普朗克常量构建了一套普朗克单位. 该单位规定了现存物理

学——相对论和量子力学体系的极限适用范围. 普朗克时间是指时间量子的最小间隔, 为 10^{-43} s, 没有比这更短的时间存在. 普朗克长度约等于 1.6×10^{-35} m, 测量得到任一长度皆不可能比其精确, 且比该长度更短的长度是没有意义的.

3.4 普朗克常量是精确定义质量单位的基础

在基本物理常数中, 普朗克常量 h 是随着量子力学的发展而进入物理学领域的, 它的数值的准确性影响着诸如电子的静止质量、阿伏伽德罗常数和基本电荷 e 等基本物理常数的准确性. 因此, 准确测定普朗克常量 h 对于建立整个基本物理常数体系具有重要意义. 普朗克本人对 h 值的最早估计是 $h = 6.55 \times 10^{-34}$ J·s. 2010年, 国际科学技术数据委员会推荐的 h 值 $h = 6.626\ 069\ 75(29) \times 10^{-34}$ J·s, 相对标准不确定度为 4.4×10^{-8} , 是目前被认定的最佳推荐值.

质量单位——千克是目前7个基本单位中唯一还依靠实物基准保存量值的基本单位. 国际计量

(上接第19页)

4 总结

可见, 在电磁学和大学物理的教学内容中, 右手定则对于由两个矢量决定的第三个矢量的计算非常

委员会早在2005年就号召各国家计量实验室进行与质量单位新定义有关的基本物理常数的测量以及有关实物基准的稳定性考察工作, 为新定义的实施做准备. 经计量学家研究发现, 未来的质量单位的定义在很大程度上将依赖于普朗克常量 h 的测定值和不确定度. 一旦普朗克常量 h 的测定值不确定度小于 2×10^{-8} , 有望通过普朗克常量 h 来重新定义质量单位, 实现质量量子基准, 从而代替已经使用120多年的铂铱合金国际千克原器^[4].

参考文献

- 1 James Stein. Planck's constant: the number that rules technology, reality and life.
- 2 赵凯华. 定性 & 半定量物理学. 北京: 高等教育出版社, 1991. 104 ~ 109
- 3 元方. 常数诱发科学发现的一个重要范例——试论普朗克常量在量子发现中的作用. 自然杂志, 1993(23): 68 ~ 73
- 4 韩冰, 贺青, 李世松, 等. 普朗克常量 h 测定与质量量子基准的最新研究进展. 计量学报, 2013, 34(1): 90 ~ 96

重要, 学生如果熟练掌握了右手定则, 避开使用左手, 就不易混淆了, 而且许多问题就迎刃而解.

参考文献

- 1 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学. 北京: 高等教育出版社, 2011
- 2 张三慧. 电磁学. 北京: 清华大学出版社, 2014

Application on Right Hand(Spiral) Rule in Electromagnetics Teaching

Jin Yongjun Wei Yingzhi

(Department of physics, Heilongjiang University of science and technology, Harbin, Heilongjiang 150022)

Abstract: In the teaching of electromagnetics, often use the right hand spiral rule, and in the middle school physics teaching often have a left hand rule, the right - hand rule. In order to avoid the confusion of left and right hand, we electromagnetism in university and college physics teaching process, the emphasis on the right hand (spiral) rule, only the following article will use the right - hand rule in physics by sorting out the contents of comparison, combined with the mathematical cross - product, beneficial to this kind of problem with the student learning.

Key words: electromagnetism; teaching; right hand(spiral) rule; ultiplication cross