

物理源问题的“变式”构造与例析

张建奋

(广州市白云区教育发展中心 广东 广州 510440)

(收稿日期:2016-05-26)

摘要:通过源问题加以变化构造变式题,可从原型题的结构进行分析,主要的构造方法有以下5种.(1)通过变换背景构造变式题;(2)通过逆向思考构造变式题;(3)通过类比构造变式题;(4)通过物理模型推广构造变式题;(5)通过概念或过程“属性”变化构造变式题.

关键词:问题变式 物理 构造 模型 否定假设法

变式教学是物理教学的热点问题,也是中学教师自觉或不自觉运用的常用方法.将源问题加以变化,称为问题变式.变式题的构造可通过对某一源问题进行条件变换、结论探索、逆向思考、图形变化、类比、推广等多角度、多方位的思考,使一道题变为一类题,达到举一反三的效果.教师进行变式教学,可根据不同的教学目标、教学任务和不同的生源状况构造出相应的变式题,教学实践中编拟变式题的方法很多,但常见的有如下几种.

1 通过变换背景构造变式题

1.1 给物理命题配置实际背景

【例1】一质点在某高度以10 m/s的速度匀速竖直上抛,经17 s后到达地面.求抛出时物体离地的高度.

变式:气球以10 m/s的速度匀速竖直上升,从气球上掉下一个物体,经17 s到达地面.求物体刚脱离气球时气球的高度. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

事实上,这一实际情景所反映的物理问题的本

身就是源问题.

1.2 实际背景的配置转换

【例2】小船横渡一条宽100 m的河流,船在静水中的速度5 m/s,水流速3 m/s,要使渡河时间最短,船的实际位移是多少?

变式:民族运动会上有一个骑射项目,运动员骑在奔驰的马背上,弯弓放箭射击侧向的固定目标,如图1所示.假设运动员骑马奔驰的速度为 v_1 ,运动员静止时射出的弓箭速度为 v_2 .跑道离固定目标的最近距离为 d .假定运动员射箭时所用力量都相同,要想命中目标且射出的箭在空中飞行时间最短,弓箭运动员放箭处离目标的距离是多少?(本题忽略竖直方向运动的影响.)



图1 骑射项目

量和角动量,它们的轨道可能是圆,也可能是椭圆,还可能是抛物线,或者是双曲线的一支,但任意时刻3个天体始终构成一个正三角形.

参考文献

- 姜付锦. 三体问题一类特解的初探. 物理通报, 2015(2): 43 ~ 45
- 周衍柏. 理论力学教程(第2版). 北京: 高等教育出版社, 1985. 67 ~ 77

本题物理模型是完全一样的. 牵连速度: 水流速度-马的速度; 横向位移: 河宽-跑道离固定目标的最近距离; 相对速度: 船在静水中的速度-运动员静止时射出的弓箭速度; 实际位移大小: 船的实际位移大小-弓箭的运动员放箭处离目标的距离. 这些都是——对应的关系.

2 通过逆向思考构造变式题

把源问题的“条件”和“结论”在一定条件下进行转换, 得到变式题. 这种反向变式题可以发展学生的逆向思维能力, 增强思维的灵活性.

【例3】物体从静止出发做匀变速直线运动, 第1 s内通过的位移是1 m, 求物体的加速度和8 s后的速度.

变式:火车刹车后经过8 s停下, 若它在最后1 s内通过的位移是1 m, 求火车的加速度和刹车时火车的速度.

一般来说, “正向思维”就是从问题的始态到终态, 顺着物理过程的发展去思考问题. 而逆向思维则是反常规的, 是将问题倒过来思考的思维方法. 根据因果关系, 由果导因, 它是解决物理问题常用的思维方式. 人们习惯于正向思维, 许多物理问题, 如果逆着正向思维的方向提出, 往往使许多人不知所措. 在习题课教学中, 对某些题目进行逆向置换, 即从事物的反面提出问题, 以加强学生的逆向思维能力训练, 可培养思维的灵活性. 本题若沿正向思维的思路来解, 将是十分繁琐的, 不过若倒过来考虑, 将火车的运动逆时间顺序倒推过去, 则刹车过程看作初速度为零的匀加速运动的逆过程, 最后1 s通过的位移就变成了匀加速运动的最初1 s通过的位移, 火车刹车时的速度就变成了匀加速运动的末速. 由运动学公式

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad v_t = v_0 + a t$$

可得

$$a = 2 \text{ m/s}^2 \quad v = 16 \text{ m/s}$$

3 通过类比构造变式题

所谓类比, 是指由一类事物所具有的某种属性,

可以推测与其类似的事物也应具有这种属性的一种推理方法. 类比是一种发现的方法, 也是构造变式题的一种方法.

【例4】设质量为 m 的子弹以初速度 v_0 射向静止在光滑水平面上的质量为 M 的木块, 并留在木块中不再射出, 如图2所示. 求: 整个过程中子弹和木块系统动能的损失是多少?

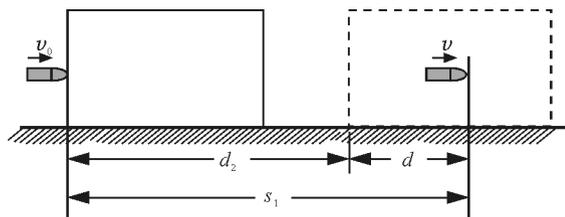


图2 子弹射入木块并留在木块中

变式1:如图3所示, 木块A的右侧为光滑曲面, 曲面下端极薄, 其质量 $M_A = 2 \text{ kg}$, 原来静止在光滑的水平面上, 质量 $m_B = 2.0 \text{ kg}$ 的小球B以 $v = 2 \text{ m/s}$ 的速度从右向左做匀速直线运动中与木块A发生相互作用, 求: B球沿木块A的曲面向上运动中可上升的最大高度(设B球不能飞出去).

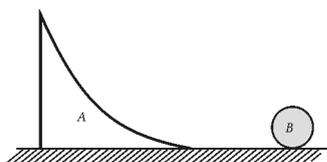


图3 小球向左运动与木块相互作用

变式2:如图4所示, 距离为 L 的两块平行金属板A和B竖直固定在表面光滑的绝缘小车上, 并与车内电动势为 U 的电池两极相连, 金属板B下开有小孔, 整个装置质量为 M , 静止放在光滑水平面上, 一个质量为 m , 带正电 q 的小球以初速度 v_0 沿垂直于金属板的方向射入小孔, 若小球始终未与A板相碰, 且小球不影响金属板间的电场. 假设小球经过小孔时系统电势能为零, 则系统电势能的最大值是多少?

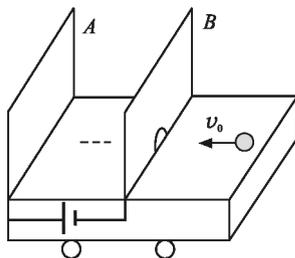


图4 变式2题图

变式 3: 两根足够长的固定的平行金属导轨位于同一水平面内, 两导轨间的距离为 L . 导轨上面横放着两根导体棒 ab 和 cd , 构成矩形回路, 如图 5 所示. 两根导体棒的质量均为 m , 电阻均为 R , 回路中其余部分的电阻可不计. 在整个导轨平面内都有竖直向上的匀强磁场, 磁感应强度为 B . 设两导体棒均可沿导轨无摩擦地滑行. 开始时, 棒 cd 静止, 棒 ab 有指向棒 cd 的初速度 v_0 . 若两导体棒在运动中始终不接触, 求: 在运动中产生的焦耳热最多是多少.

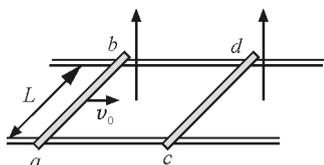


图 5 变式 3 题图

从源问题与变式题运用的力学规律基本相同, 只是系统动能的减少转化为不同类型的能量. 尽管物理过程不一样, 但可采用类比的方法进行分析.

4 通过物理模型推广构造变式题

推广是扩大题目的条件中有关对象的范围, 或扩大结论的范围. 一个题目经过推广后, 源问题其实就是它的特殊情形, 两者具有包含与被包含的关系. 这种推广分两种类型.

4.1 概念型(实物模型类)

【例 5】 如图 6, 置于地面上的一单摆在较小振幅条件下摆动, 摆长为 l , 周期为 T . 可求得该处的重力加速度 g .

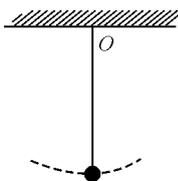


图 6 单摆

变式 1: 图 7 所示为一双线摆, 它是由在一水平天花板上用 2 根等长的细线悬挂一小球构成的. 绳的质量和球的大小可忽略, 设图中角度 θ 和线长 l 为已知, 则当小球在垂直于纸面的平面内做摆角小于 10° 的振动时, 其振动的周期为多少?

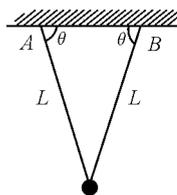


图 7 双线摆

变式 2: 如图 8 所示, 光滑的弧形槽的半径为 R (R 远大于弧长 \widehat{MN}), A 为弧形槽的最低点. 小球 B 放在 A 点正上方离 A 点的高度为 h , 小球 C 放在 M 点. 同时释放两球, 使两球正好在 A 点相碰, 则 h 应为多大?

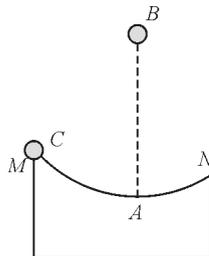


图 8 通过弧形槽研究两球相碰

变式 3: 如图 9 所示, 在倾角为 θ 的光滑斜面上, 一根长为 L 的轻绳一端固定在斜面上, 另一端系一个可看成质点的小球静止在斜面上, 今将小球拉离平衡位置一段很小的距离, 放手后小球在斜面上来回摆动, 不计空气阻力, 求其周期.

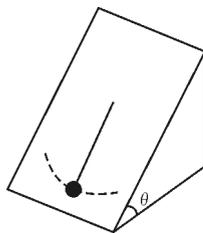


图 9 斜面上小球的周期性运动

4.2 规律型(过程模型类)

【例 6】 小球从距地面高 $h = 15$ m 处的同一点抛出, 初速度大小均为 $v_0 = 30$ m/s 水平抛出, 空气阻力不计, 重力加速度取 $g = 10$ m/s². 求球经多长时间落地?

变式 1: 如图 10 所示, 将质量为 m 的小球从倾角为 θ 的光滑斜面上 A 点以速度 v_0 水平抛出(即 $v_0 \parallel CD$), 小球运动到 B 点, 已知 A 点的高度 h , 则小球到达 B 点时的速度大小为多少?

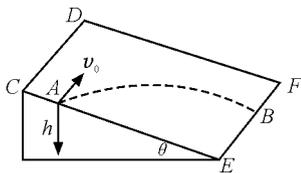


图10 斜面上的小球水平抛出

变式 2:如图 11 所示,有一个很深的竖直井,井的横截面为一个圆,半径为 R ,且井壁光滑,有一个小球从井口的一侧以水平速度 v_0 抛出与井壁发生碰撞,撞后以原速率被反弹,求小球与井壁发生第 n 次碰撞处的深度.

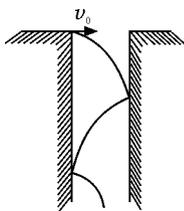


图11 从竖直井井口水平抛出小球

变式 3:如图 12 所示,竖直圆筒内壁光滑,半径为 R ,筒壁上方有一入口 A ,在 A 的正下方 h 处有出口 B ,一质量为 m 的小球从入口 A 沿筒壁切线方向水平射入圆筒内,要使球从 B 处飞出,小球进入入口 A 处的速度 v_0 应满足什么条件? 在运动过程中,球对筒的压力多大?

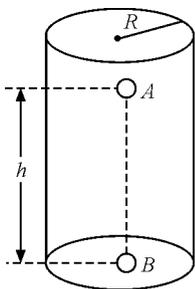


图12 小球从竖直圆筒壁上方水平射入

源问题是平抛运动模型,重力加速度为 g ,变式 1 是斜面内的类平抛运动,沿斜面向下的加速度 $g' = g \sin \theta$ 相当原型题的 g . 变式 2 展开后情境也与原型题大体相同. 变式 3 小球受重力和筒壁的支持力,并且具有水平初速度 v_0 ,因此,小球在筒内的运动可看作竖直方向的自由落体运动和水平方向速度为 v_0 的匀速圆周运动两个分运动的合运动,好像是一个卷成圆筒状的平抛运动,其中抛出高度为 h .

5 通过概念或过程“属性”变化构造变式题

对问题所包含的某些“属性”进行变化,这是从源问题出发,产生新问题. 通过否定假设构造变式题对于问题提出的认知策略,研究者也从方论的角度积极的探索,其代表人物为美国学者布朗及瓦尔特 (Brown & Walter). 他们对题提出进行了大量的实证研究后,提出了“否定假设法”(what-if. not, 如果它不是这样的,那么也可能是什么呢?). 这一方法的核心是对源问题的条件与限定进行思考和自由改变来产生新问题.

5.1 物理过程的限制条件改变或条件开放构造新题

【例 7】物体从地面以 10 m/s 的初速度竖直上抛一小球,抛出后,求: 1 s 末、 2 s 末小球落速度和到抛出点的距离.(忽略空气阻力的影响,取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$).

变式 1:在离地面 15 m 的高处,以 10 m/s 的初速度竖直上抛一小球,抛出后,求: 1 s 末、 2 s 末、 3 s 末小球落速度和到抛出点的距离.(忽略空气阻力的影响,取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$)

变式 2:一辆汽车以 9 m/s 的速度运动,进站后刹车制动,以加速度大小为 3 m/s^2 做匀减速运动. 从刹车开始计时,求汽车 5 s 内通过的位移.

原题是匀变速直线运动,第一阶段上升过程,匀减速运动到最高点,以后做匀加速直线运动. 变式 1 是抛出点位置改变,较变式 1 第二阶段的位移放宽增加 15 m ; 变式 2 隐含第二阶段处于静止状态. 同样,若条件开放,题目的结果会多种多样的.

5.2 物理过程的背景条件改变构造新题

这种题目相当多,问题变式的两类结构:水平变式和垂直变式. 新问题相对源问题来说,学生能区分问题表面形式特征变化背后的结构特征变化,不带来认知负荷的变化,为水平变式. 水平变式是问题表面部分的重复,如:

【例 8】如图 13 所示装置,电阻忽略不计,足够长的光滑金属导轨处于水平面内,导轨所在区域的匀强磁场竖直向下,两导轨间连接一电阻 R ,金属杆 ab 垂直导轨放置. 现用一水平恒力 F 拉杆 ab ,使杆

ab 沿导轨从静止起向右运动,试分析杆 ab 的运动状态如何?

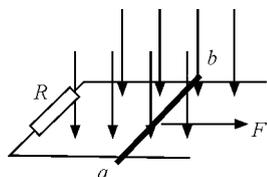


图 13 导轨水平放置

变式 1: 改变图装置的位置,使导轨处于竖直面内如图 14 所示,现将杆 ab 由静止起释放,使其沿导轨滑下,杆与导轨保持接触,试分析杆 ab 的运动状态如何.

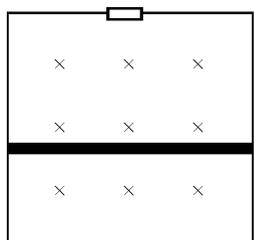


图 14 导轨竖直放置

变式 2: 改变图装置的位置,使导轨处于斜面内,如图 15 所示,现将杆 ab 由静止起释放,使其沿导轨下滑,试分析杆 ab 的运动状态如何.

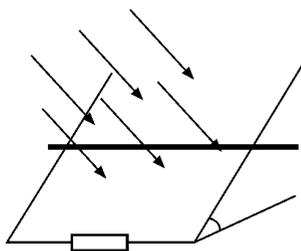


图 15 导轨倾斜放置

原題中 ab 在运动方向上受到拉力 F 和与其方向相反的安培力 $F_{安}$ 作用,开始时,速度 v 增大 \rightarrow 感应电动势 E 增大 \rightarrow 感应电流 I 增大 \rightarrow 安培力 $F_{安}$ 增大 \rightarrow 合外力减小 \rightarrow 加速度 a 减小 \rightarrow 杆做加速度不断减小的加速运动 \rightarrow 当 $F_{安}$ 增大至与 F 相等时 $a=0 \rightarrow v$ 不变 $\rightarrow ab$ 杆最终做匀速运动. 变式 1 装置竖直放置,拉力 F 换成重力,分析的过程与原題基本一样. 变式 2 装置导轨倾斜,从导轨平面来看,受力情况也与原題大致相同,拉力改为重力的沿斜面的向下分量.

学生不能区分问题表面形式特征变化背后的结构特征变化,带来认知负荷的变化,为垂直变式. 如:

【例 9】 如图 16 所示,在光滑的水平桌面上有一质量为 m 的物体 A ,求在 $F=2mg$ 的作用下物体 A 的加速度(假设绳子的质量以及绳子与定滑轮之间的摩擦力都可以忽略不计).

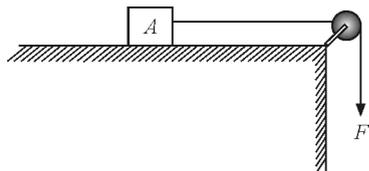


图 16 物体 A 在拉力 F 作用下沿桌面运动

变式 1: 如图 17 所示,如果用质量为 $2m$ 的物体 B 代替力 F ,则物体 A 的加速度为多大?

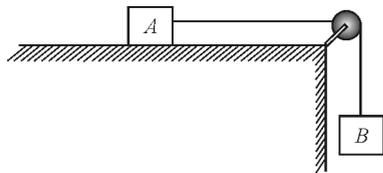


图 17 物体 A 在物体 B 的作用下沿桌面运动

分析: 物体 B 与 A 一起做匀加速直线运动,故 B 对 A 的拉力不等于 B 的重力. 让学生通过比较上述两个情境,批判地、辩证地思考拉力是否等于物体的重力.

变式 2: 如图 18 所示,若将光滑的水平桌面改成倾角为 30° 角的光滑斜面,则物体 A 的加速度又为多大?

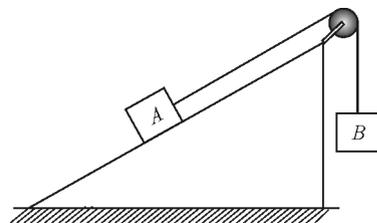


图 18 物体 A 在物体 B 的作用下沿斜面运动

由变式 1 到变式 2,学生相应解决问题的认知负荷增加,需要调用的解题难度增大,需要用力的合成与分解的知识. 还可以认为变式 1 是变式 2 的一种特例. 同样,在变式 2 的基础上还可以变化,使问题更具一般性.

变式 3: 若在图 18 中的斜面与物体 A 之间的动摩擦因数为 0.2 ,则物体 A 的加速度又为多大?

这种物理过程的背景条件改变构造新的题,将条件一般化,变更求解的问题,可以将所学的思维引向深入.